

V. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXII. EMMV
országos szakasz, Arad, 2023. február 20–23.

V. osztály

1. feladat. Határozd meg azokat az n természetes számokat, amelyekre az $A = 9^n + 2 \cdot 3^n + 1$ szám osztható 10-zel!

2. feladat. Bence és Csilla 2022 nyarán együtt táborozott. Feladatban közölték születési éveiket.

Bence: Ha összeadom a 2 hatványait úgy, hogy a hatványkitevők 3-mal induló, egymást követő természetes számok, akkor azt az évszámot kapom, amikor 30 éves leszek.

Csilla: A $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999 \dots 9}_{2023}$ összegben található 1-es számjegyek száma az az évszám, amikor 10 éves voltam.

Hány évesek a gyerekek idén?

3. feladat. Adottak egyforma méretű, piros és fehér dobókockák. A dobókockák szabványosak, azaz a szemben lévő lapok pöttyeinek összege 7.

a) Csongor két fehér és néhány piros dobókockából $3 \times 3 \times 3$ -as kockát épít úgy, hogy annak a lehető legkevesebb tarka lapja legyen. Hová helyezi el a fehér dobókockákat, és az így elkészített kocka hány lapja lesz tarka? Válaszod indokold!

b) Legtöbb hány pötty látszódhat Csongor $3 \times 3 \times 3$ -as megépített kockájának hat lapján összesen?

4. feladat. Adottak azok a természetes számok, amelyek négyzetének 5-tel való osztási maradéka 1.

a) Határozd meg az első 2023 ilyen négyzetszám összegének 5-tel való osztási maradékát!

b) Igazold, hogy 2023-ig az adott természetes számok összegének utolsó számjegye 1.