I TÉTEL – Rövid feladatok

1 Feladat

Az égbolt magassága! Az ókori görögök tudták, hogy a csillagokig lévő távolságokhoz képest, a Föld átmérője kicsi. Például, az egyik legendában azt mondják, hogy Héfaisztosz isten, figyelmetlenségből, a Földre ejtette az üllőjét. Az üllőnek $\tau = 9$ nap kellett ahhoz, hogy az égből leesve, a Földdel ütközzön.

Becsüljétek meg „az égbolt magasságát”, az ókori görögök ábrázolásában. *Ismertek*: a Hold, Föld körüli keringésének a periódusa, $T_L = 27{,}3$ nap és a Hold pályájának a sugara, $a_L = 384400\,\text{km}$.

2 Feladat

Az X exobolygó. Az X exobolygó szatelitjén található egy rádióforrás. A rádióforrás folyamatosan sugározz, de egy megfigyelő a Földről nem tudja állandóan rögzíteni a kibocsájtott jeleket, mivel az exobolygó el - el takarja a szatelitet.

Felhasználva egy grafikont, ami az idő függvényében ábrázolja a rögzített jelek frekvenciáját, *határozd meg* az exobolygó sűrűségét. A szatelit pályája kör alakú, a megfigyelő pedig a szatelit pályájának a síkjában található. Ismertek: az exobolygó R sugara; az egyetemes gravitációs állandó *K;* a fénysebessége légüres térben, c. Tudjuk azt, hogy a szatelit nagyon közel kering az exobolygó felületéhez.

3 Feladat

Egy csillag szögmagassága. Egy csillagászati obszervatórium radarja, a tengerparton, egy sziklás kilátón van elhelyezve, *h* magasságra a tengerszint fölött. Az obszervatórium érzékelője (receptora) a σ csillagtól származó elektromágneses hullámok közzül csak azokat rögziti, amelyek $\vec{E}$ vektora (az elektromos tér erőssége), párhuzamosan oszcillál a tenger sík és vízszintes felületével, függetlenül az elektromágneses hullámok terjedési irányától. Bármelyik rögzített jel erőssége egyenesen arányos E^2- tel. Amikor a λ hullámhosszat mutatja a kijelző, a radar receptora maximumokat és minimumokat rögzít.

Határozd meg a σ csillag azon szögmagasságait, a tengerszinthez viszonyítva, amelyek esetében a radar receptora maximális erősségű elektomágneses jeleket, illetve minimális erősségű elektromágneses jeleket rögzít.

4 Feladat

Látható csillag? A Nap parallaxisa $p_{\text{Soare}} = 8{,}8''$, és egy σ csillag parallaxisa pedig, amelynek a Nappal egyenlő abszolút csillogása (fényessége) van, $p_{\text{stea}} = 0{,}022''$.

Indokold meg, hogy az illető csillag látható – e szabad szemmel az éjszakai égbolton. Ismert: a Föld és a Nap közötti távolság, $r_{PS} = 149000000\,\text{km}$; a Föld sugara, $R_P = 6380\,\text{km}$.

5 Feladat

Csillagok háborúja. A „Csillagok háborúja” című filmben, egy $m_{\text{initial}} = 3^{\text{m}}$ látszólagos magnítúdójú csillagot szétvágnak és így négy egyforma csillag keletkezik, az eredeti csillaggal azonos sűrűséggel és hőmérséklettel.

Határozd meg a keletkezett négyes csillagrendszer magnítúdóját és hasonlítsd össze az eredeti csillag magnítúdójával.

II TÉTEL – Hosszú feladatok

1 Feladat

Neutron csillag. Nagyon jól ismert tény az, hogy sok csillag kettős rendszert alkot. Egy kettős csillagrendszer, egy m_0 tömegű és R sugarú szokványos csillagból valamint egy kompakt és sokkal nagyobb, M tömegű, neutron csillagból áll, melyek a tömegközéppontjuk körül forognak. A következőkben, a Föld mozgását elhanyagoljuk.

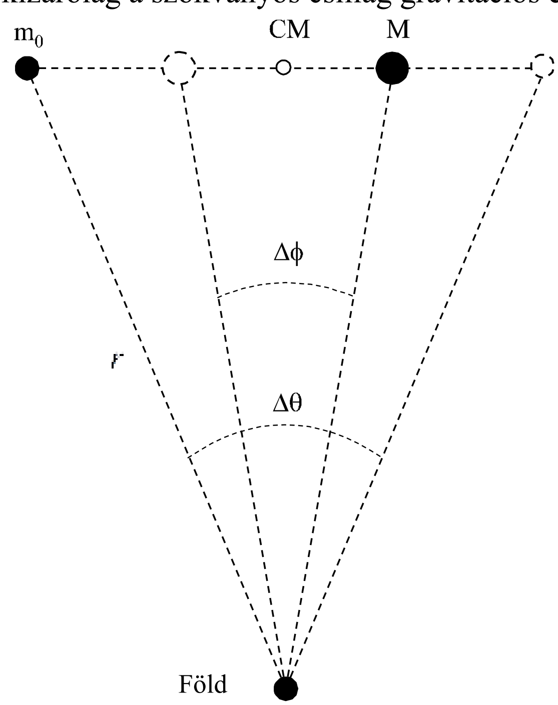
Egy ilyen kettős rendszeren végzett földi megfigyelések eredményeként a következő információkat kapták:

– a szokványos csillag maximális szöghaladása $\Delta\theta$, a neutron csillag maximális szöghaladása pedig $\Delta\phi$, úgy ahogy azt az 1-es ábra is mutatja;

– ehhez a maximális haladáshoz szükséges idő τ;

– a szokványos csillag sugárzásának a karakterisztikái azt mutatják, hogy a csillag felszínén a hőmérséklet T, a Föld egységnyi területére, egységnyi idő alatt merőlegesen beeső sugárzási energia, pedig P;

– a kálcium színképvonalának hullámhossza ebben a sugárzásban $\Delta\lambda$ - val különbözik a normális λ_0 értékhez képest, kizárólag a szokványos csillag gravitációs erőtere miatt.



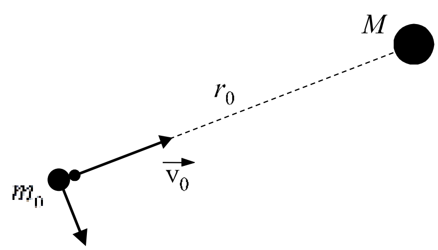
1. Ábra

a) *Határozd meg* a Föld és a kettős rendszer közötti r távolságot, kizárólag a megfigyelt mennyiségek értékei és a megjelenő egyetemes fizikai állandók függvényében.

b) Feltételezzük, hogy $M >> m_0$ úgy, hogy a szokványos csillag a neutron csillag körül kering az r_0 sugarú körpályán. A szokványos csillag elkezd, $\vec{v}_0$ önmagához viszonyított relatív sebességgel, gázt bocsájtani ki a neutron csillag felé, ahogy az a 2-es ábrán látható.

Elfogadva azt, hogy a neutron csillag a gravitációs hatások domináns forrása és elhanyagolva a szokványos csillag pályájának a változásait, *határozd meg* a legkisebb távolságot $r_{\min}$, amelyre a gáz megközeliti a neutron csillagot. Ismert az egyetemes gravitációs állandó, K.

c) *Határozd meg* azt a maximális távolságot, $r_{\max}$, ahova a gáz elér, a neutron csillaghoz viszonyítva.



2. Ábra

2 Feladat

A. Napfelkelte. A napfelkelte és napnyugta, olyan események, melyek függnek a megfigyelés helyétől és idejétől.

a) *Határozd meg* a Nap nyugta/kelte időtartamát, egy ϕ szélességen található megfigyelő számára a napéjegyenlőség idején.

b) Állapítsd meg a megfigyelő helyét úgy, hogy a napéjegyenlőségek idején, a Nap nyugta/kelte időtartama maximális/minimális legyen.

c) *Határozd meg* a Nap nyugta/kelte időtartamát egy olyan megfigyelő esetén aki a napfordulók idején ϕ szélességen tartózkodik.

d) Állapítsd meg a megfigyelő helyét úgy, hogy a napfordulók idején, a Nap nyugta/kelte időtartama maximális/minimális legyen.

Ismertek: a Nap látszólagos szögátmérője, $\theta = 31'59{,}3''$; a Föld saját forgásának a periódusa, $T_P = 24\,\text{h}$; az egyenlítő síkja és az ekliptika síkja által bezárt szög, $\varepsilon = 23^\circ 27'$. elhanyagoljuk a légköri fénytörés hatásait.

B. A harmadik kozmikus sebesség. *Határozd meg* a kitörési sebesség minimális megközelítő értékét, amelyet egy testnek kell biztosítani ahhoz, hogy a Földről kilőve és a Földhöz viszonyítva, a test véglegesen elhagyja a Naprendszerünket (a harmadik kozmikus sebesség).

Ismertek: $V_0 \approx 30\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$, a Föld, Nap körüli körpályán történő forgásának a sebessége; $\text{v}_0 \approx 7{,}9\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$, egy földi műhold sebessége, amely nagyon alacsony körpályán kering a Föld körül (első kozmikus sebesség).

Tudott az hogy: $\frac{M_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}} << \frac{M_{\mathrm{S}}}{R_{\mathrm{TS}}}$. Elhanyagoljuk, a Naphoz viszonyítva, a test kinetikus energiájának a változását, a Föld felszínétől addig, amíg elér a Föld gravitációs vonzásának a határáig történő mozgása közben.

C. Esés a Földről a Napra! *Határozd meg* azt a minimális sebességet, amivel a Földet el kell hagyja egy űrhajó ahhoz, hogy a Nap felszínére essen. *Ismertek:* a Föld – Nap távolság, $r_{\mathrm{PS}} = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$; a Föld, Nap körüli keringésének a periódusa, $T_{\mathrm{P}} = 3{,}15 \cdot 10^{7}\ \mathrm{s}$.

Prof. dr. Mihail Sandu, Liceul Tehnologic de Turism,Călimănești

ONAA 2014
SENIORI
PROBA TEORETICĂ - BAREM

Subiectul I – Probleme scurte

Problema 1

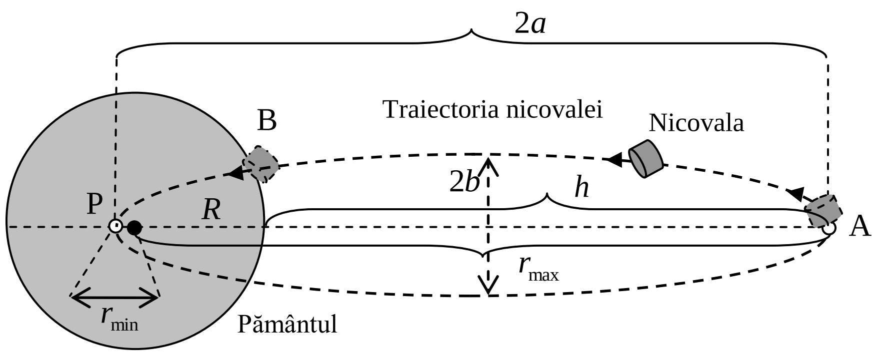


Fig.

$$h = 2a_{\mathrm{L}}\left(\frac{2\tau}{T_{\mathrm{L}}}\right)^{2/3};\ h \approx 580000\,\mathrm{km}$$ **2p**

Problema 2

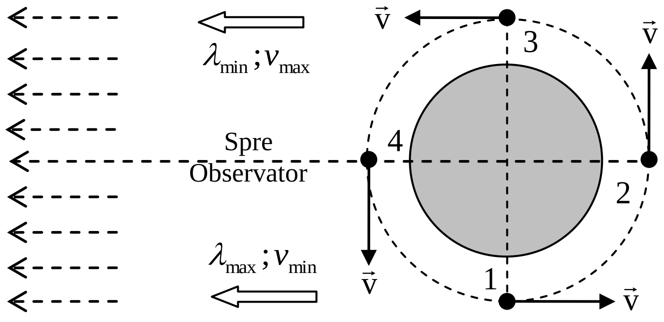
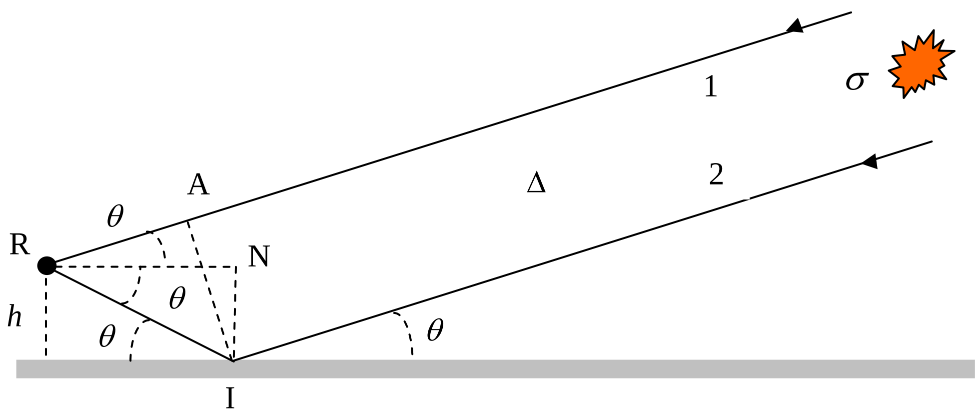


Fig.

$$\rho = \frac{3c^2}{4\pi R^2 K}\left(\frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{\lambda_{\max} + \lambda_{\min}}\right)^2$$ **2p**

Problema 3



$$(\sin\theta)_{\max} = 1\frac{\lambda}{4h}; 3\frac{\lambda}{4h}; 5\frac{\lambda}{4h}; 7\frac{\lambda}{4h}$$ **1p**

$$(\sin\theta)_{\min} = 0; 2\frac{\lambda}{4h}; 4\frac{\lambda}{4h}; 6\frac{\lambda}{4h}; 8\frac{\lambda}{4h}$$ **1p**

Problema 4

$$m_{\text{stea}} = m_{\text{S}} + 5\cdot\log\left(\frac{r_{\text{PS}}}{R_{\text{P}}}\cdot\frac{p_{\text{S}}}{p_{\sigma}}\right);$$

$$m_{\text{stea}} = -26{,}78^{\text{m}} + 5^{\text{m}}\cdot\log\left(\frac{149000000\ \text{km}}{6380\ \text{km}}\cdot\frac{8{,}8''}{0{,}022''}\right) = -26{,}78^{\text{m}} + 5^{\text{m}}\cdot 6{,}97 \approx 8^{\text{m}},$$

reprezentând magnitudinea aparentă a stelei.

Știind că ochiul omului poate vedea stele la limita magnitudinii $m_{\text{limita}} = 6^{\text{m}}$, rezultă că steaua σ, analizată în problema propusă, nu poate fi observată cu ochiul liber pe cerul senin al nopții..**2p**

Problema 5

$$E_{\text{initial}} = \frac{\sigma R_0^2 T^4}{d^2},\quad E_{\text{final}} = \frac{4\sigma R_0^2 T^4}{d^2}\cdot 4^{1/3};\ \log\frac{E_{\text{initial}}}{E_{\text{final}}} = -0{,}4(m_{\text{initial}} - m_{\text{final}});$$

$$m_{\text{initial}} - m_{\text{final}} = 2^{\text{m}};\ m_{\text{final}} = m_{\text{initial}} - 2^{\text{m}} = 3^{\text{m}} - 2^{\text{m}} = 1^{\text{m}};$$

$$m_{\text{final}} < m_{\text{initial}}.$$ **2p**

Subiectul II – Probleme lungi

a) $$r = \frac{2\tau c}{\pi T(\Delta\theta + \Delta\phi)}\sqrt{\frac{2\Delta\lambda}{(\lambda_0 + \Delta\lambda)\Delta\phi}\sqrt{\frac{P}{\sigma}}}$$ **3p**

b)

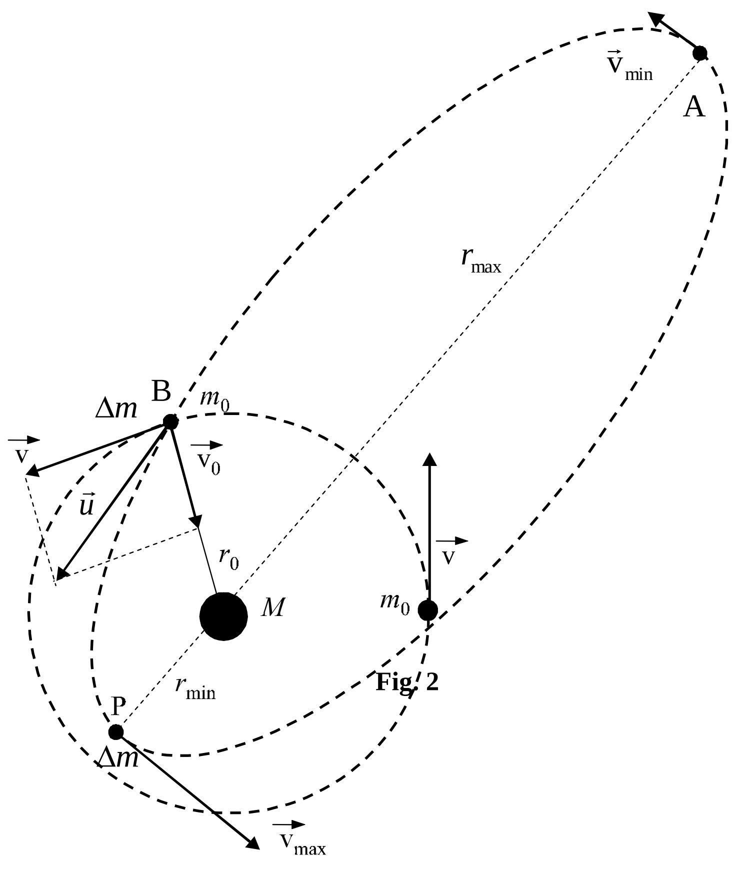


Fig. 2

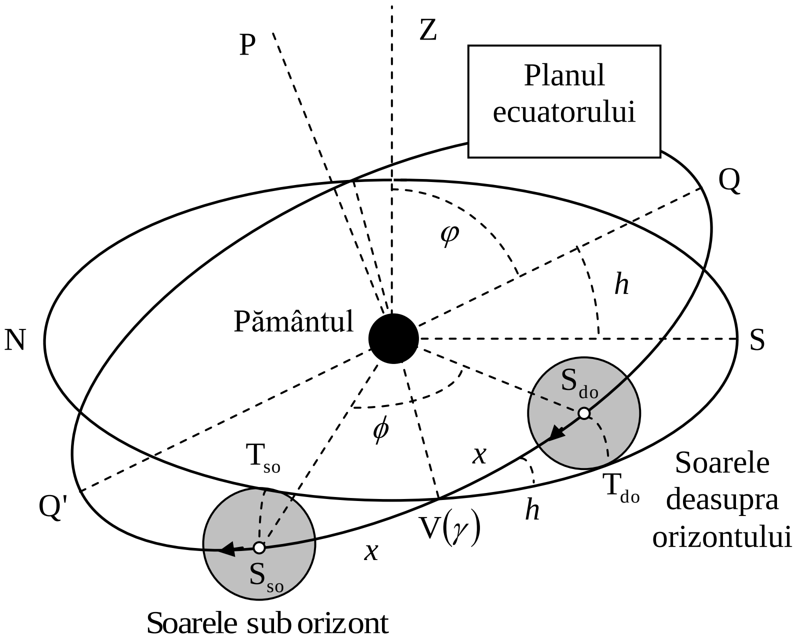
$$r_{\min} = r_0 \frac{v_0\sqrt{KMr_0} - KM}{v_0^2 r_0 - KM} > 0; \quad r_{\min} < r_0 \text{. ....} \mathbf{3{,}5p}$$

c)

$$r_{\max} = r_0 \frac{v_0\sqrt{KMr_0} + KM}{KM - v_0^2 r_0}; \; r_{\max} > r_0 \text{. ....} \mathbf{3{,}5p}$$

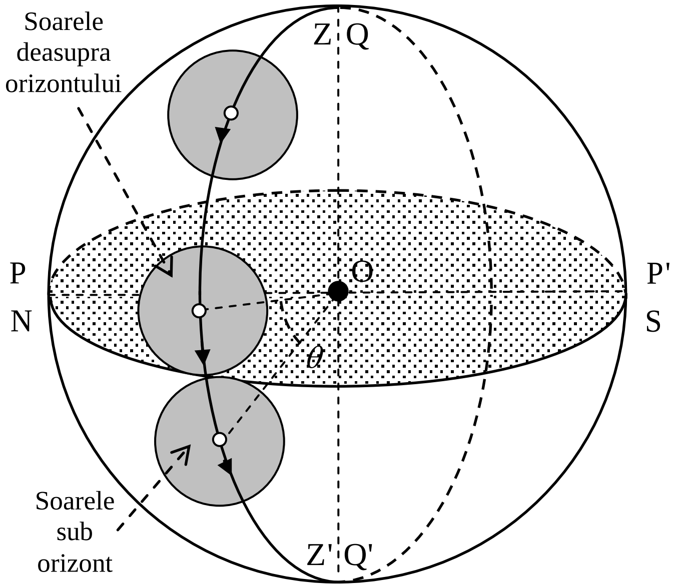
Problema 2
A.

a)



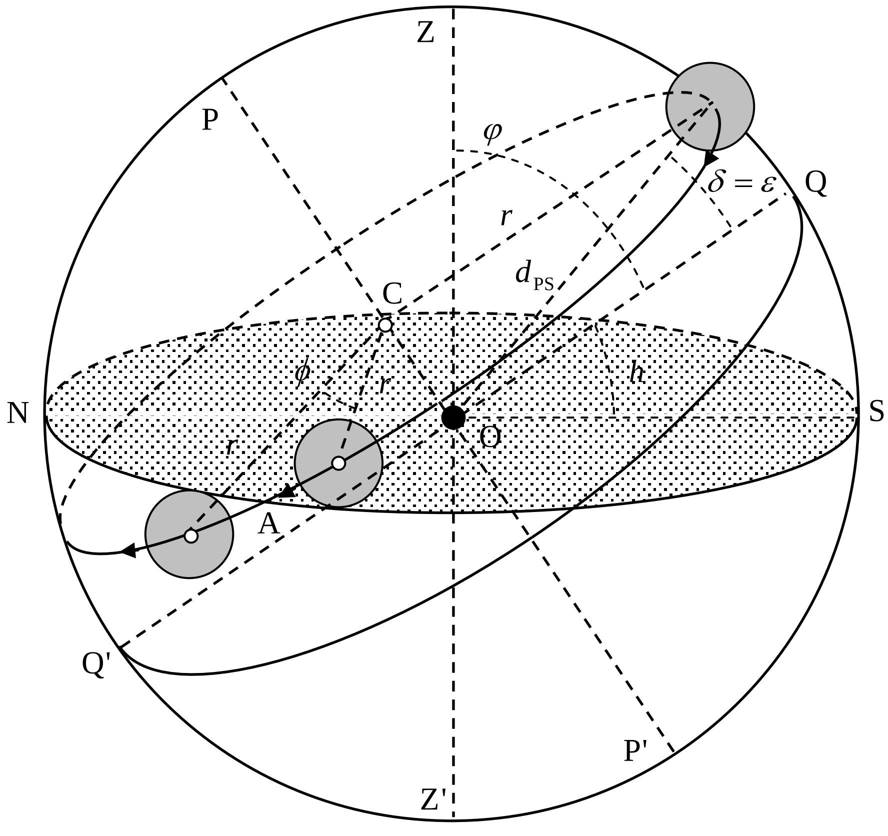
$$\tau = \frac{\theta \cdot T_P}{2\pi \cdot \cos\varphi}, \;\; \theta = 31'\,59{,}3'' = 31{,}98'; \;\; \tau \approx \frac{2\,\text{m}\,8\,\text{s}}{\cos\phi}, \text{ ....} \mathbf{1p}$$

b)



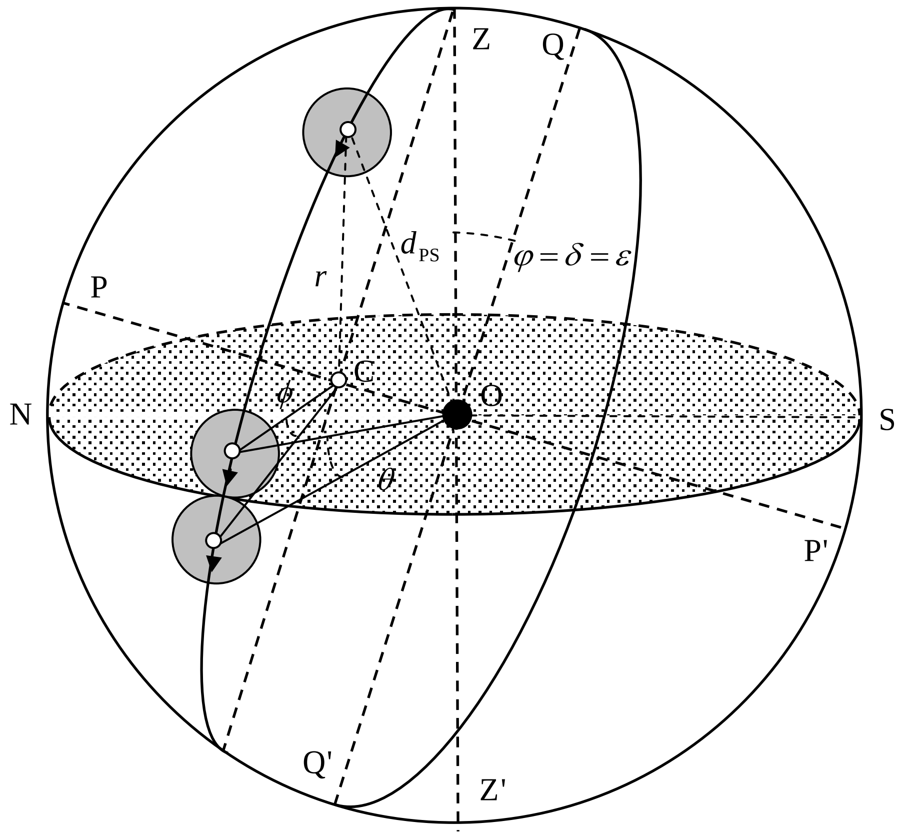
$$\tau_{\min} = 2\,\text{m}\,8\,\text{s}.$$ **1p**

c)



$$\tau = \frac{\theta \cdot T_{P}}{2\pi \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta},$$ **1p**

d)



$$h = 90^\circ - \varphi;\ \delta = \varepsilon = 23{,}45^\circ;$$

$$\tau_{max} = \frac{\dfrac{\theta \cdot T_P}{2\pi}}{\cos\varphi \cdot \cos\varepsilon} = \frac{\dfrac{31{,}98'}{360 \cdot 60'} \cdot 24 \cdot 3600\,\text{s}}{\cos^2\varepsilon} = \frac{\tau_{min}}{\cos^2\varepsilon};$$

$$\tau_{max} = \frac{2{,}132\,\text{min}}{\cos^2 23{,}45^\circ} = \frac{2{,}132}{0{,}84}\,\text{min} \approx 2{,}54\,\text{min} = 2\,\text{m}\,32{,}4\,\text{s}.$$ **1p**

B.

$$\text{v} = \sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2 V_0^2 + 2\text{v}_0^2} \approx 16{,}7\,\frac{\text{km}}{\text{s}},$$ ……………………………….**4p**

reprezentând viteza corpului C în momentul lansării sale de pe Pământ, în raport cu Pământul, astfel încât corpul să ajungă la limita zonei de atracţie gravitaţională a Soarelui şi acolo el să fie în repaus în raport cu Soarele (a treia viteză cosmică).

C. $t = \dfrac{T_P}{4\sqrt{2}} \approx 5{,}6 \cdot 10^6$ s. **2p**