

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 09.02.2013

CLASA A V-A

BAREM

1. Dacă 0 nu aparține mulțimii A atunci cele mai mici 37 de numere naturale diferite au suma  $1 + 2 + 3 + \dots + 37 = 703 > 702$ ...**2p**

Observăm ca 0 aparține mulțimii A și se calculează suma  $0 + 1 + 2 + \dots + 37 - 1 = 703 - 1 = 702$ ...**3p**

Produsul elementelor mulțimii A este 0...**2p**

2.  $A = 3^2 + 3^4 + 3^6 + 3^8 + \dots + 3^{2006} / \cdot (3^4 - 3^2)$ ...**2p**

$72 \cdot A = 3^6 + 3^8 + 3^{12} + \dots + 3^{2010} - 3^4 - 3^6 - \dots - 3^{2008}$

$A = (3^{2010} - 3^4) : 72 \Rightarrow A = 3^2(3^{2006} - 1) : 8$ ...**2p**

$8A + 9 = (3^{1003})^2$  este patrat perfect...**3p**

3. Pentru asezarea numerelor în figură ...**2p**

În figură sunt prezentate 9 linii, adunând sumele de pe fiecare linie vom obține  $9 \cdot 30 = 270$ ...**2p**

Notăm cu k numărul din cercul din centrul și obținem

$1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 8k = 270 \Rightarrow 190 + 8k = 270 \Rightarrow k = 10$ .

Pe fiecare linie vom aseza numere de forma  $10 - a, k, 10 + a; a \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ...**3p**

4. Notăm cu x- nr de gări inițiale și cu y- numărul de gări nou construite.

La început au existat  $x(x - 1)$  tipuri de bilete deoarece fiecare gară vindea câte un tip de bilet spre toate celelalte x-1 gări...**2p**

Dacă se adaugă y gări se vor mai tipări  $y(x + y - 1)$  tipuri de bilete de la gările noi la toate celelalte de pe calea ferată și încă xy de la gările existente la cele noi, în total  $y(x + y - 1) + xy$ .

$y(2x + y - 1) = 46$ ...**3p**

Dacă  $y = 1 \Rightarrow 2x = 46 \Rightarrow x = 23$ ;

Dacă  $y = 2 \Rightarrow 2x + 1 = 23 \Rightarrow x = 11$ ;

Dacă  $y = 23 \Rightarrow 2x + 22 = 2$  nu convine;

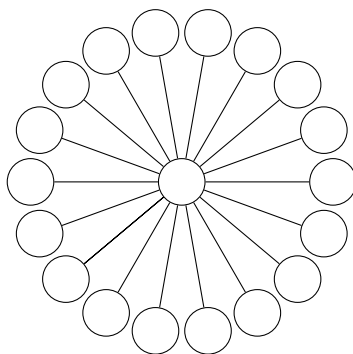
Dacă  $y = 46 \Rightarrow 2x + 46 - 1 = 1$  nu convine...**2p**

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ  
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ, 09.02.2013

CLASA A V-A

**SUBIECTE**

1. O mulțime  $A$  are 37 de elemente numere naturale diferite a căror sumă este 702. Calculați produsul celor 37 de elemente ale mulțimii  $A$ .
2. Fie numărul  $A = 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2006}$ . Arătați că numărul  $8A + 9$  este pătrat perfect.
3. Așezați numerele naturale de la 1 la 19 în cele 19 cercuri din figura alăturată astfel încât suma celor trei numere de pe fiecare linie să fie 30. Justificați răspunsul!



4. Se consideră o cale ferată în linie dreaptă care trece prin mai multe gări. Fiecare gară vinde bilete către toate celelalte gări, iar biletele sunt distincte pentru fiecare rută și direcție. Se mai construiesc alte câteva gări, astfel încât va trebui să se mai tipărescă încă 46 tipuri de bilete. Câte gări au fost la început și câte s-au mai construit?

*NOTĂ:*

- Timp de lucru efectiv 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.