

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ-CLASA a VI-a

1. Rezolvați ecuațiile:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{x(x+1)} = \frac{2014}{2015}$

b) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}\right)^x = \frac{125}{216}$

2. Se consideră șirul $S = a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$, unde $a_0 = 1$; $a_1 = 3$; $a_2 = 15$; $a_3 = 255$.
Determinați valoarea lui a_4 și arătați că valoarea raportului $\frac{a_4}{a_3}$ este număr prim.
3. Se dă unghiul alungit \widehat{AOB} și punctele C și D situate în semiplane opuse față de dreapta AB, astfel încât $m(\widehat{COD}) = 80^\circ$.
- a) Dacă $[ON$ este bisectoarea unghiului AOC, și $[OM$ este bisectoarea unghiului BOD și $m(\widehat{BOC}) = 140^\circ 15' 30''$, calculați $m(\widehat{MON})$.
- b) Dacă $[OE$ este semidreapta opusă semidreptei $[OD$, calculați $m(\widehat{BOE})$.

Gazeta matematică,
Supliment cu exerciții- Decembrie, 2013

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează cu 0- 7 puncte
Nu se acordă puncte din oficiu
Timp efectiv de lucru 2 ore

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ-CLASA a VI-a

Barem de notare și corectare

1	<p>a) Având în vedere că $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$</p> <p>Scriem membru stâng al ecuației astfel:</p> $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{x(x+1)}$ $= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ <p>Reducând termenii opuși obținem:</p> $1 - \frac{1}{x+1} = \frac{2014}{2015} \Leftrightarrow \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{2014}{2015} \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{2014}{2015} \Rightarrow x = 2014$	1p 2p 2p
1	<p>b) Folosind aceeași relație ca și la punctul a) obținem: $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \Rightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^x = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \Rightarrow x = 3$</p>	2p
2	<p>Scriem $a_0 = 2^{2^0} - 1 = 1$ $a_1 = 2^{2^1} - 1 = 3$ $a_2 = 2^{2^2} - 1 = 15$ $a_3 = 2^{2^3} - 1 = 255$ $a_4 = 2^{2^4} - 1 = 65535$</p> <p>Se acordă 5 puncte dacă scrie direct $a_4 = 2^{2^4} - 4 = 65535$</p> <p>$\frac{a_4}{a_3} = 257$; 257 nu este divizibil cu 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17; iar $257 = 17 \cdot 15 + 2$</p>	1p 1p 1p 1p 1p 2p
3	<p>Desen</p> <p>a) $m(\widehat{AOC}) = 180^\circ - m(\widehat{BOC}) = 179^\circ 59' 60'' - 140^\circ 15' 30'' = 39^\circ 44' 30''$ $m(\widehat{NOA}) = 39^\circ 44' 30'' : 2 = 19^\circ 52' 15''$ $m(\widehat{AOD}) = m(\widehat{COD}) - m(\widehat{AOC}) = 79^\circ 59' 60'' - 39^\circ 44' 30'' = 40^\circ 15' 30''$ $m(\widehat{BOD}) = 180^\circ - m(\widehat{AOD}) = 139^\circ 44' 30''$ $m(\widehat{MOD}) = 69^\circ 52' 15''$ $m(\widehat{MON}) = m(\widehat{MOD}) + m(\widehat{AOD}) + m(\widehat{AON}) = 130^\circ$</p> <p>b) $m(\widehat{BOE}) = 180^\circ - 139^\circ 44' 30'' - 140^\circ 15' 30'' = 40^\circ 15' 30''$</p>	1p 1p 1p 1p 1p 1p 1p



NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează cu 0- 7 puncte
Nu se acordă puncte din oficiu
Timp efectiv de lucru 2 ore