

# OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

- FAZA LOCALĂ -

5 MARTIE 2016 - TULCEA

CLASA a VII<sup>a</sup>

Subiectul 1 - (7 puncte)

- Stabiliți dacă  $a = \sqrt{19-37} - \sqrt{19+37}$  este nenul, pozitiv sau negativ.
- Arătați că  $a^2 \in \mathbb{N}$ .
- Calculați  $(a+\sqrt{2})^{2016}$ .

Subiectul 2 - (7 puncte)

Fie  $E_n = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \dots + \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}}$ ,  $n \in \mathbb{N}$

- Care este valoarea de adevăr a propoziției  $E_{2024} \in \mathbb{Q}$ .
- Care sunt valorile lui  $n \leq 15$  pentru care  $E_n \in \mathbb{Q}$ .

Subiectul 3 - (7 puncte)

În triunghiul  $ABC$  obtuzunghic isoscel cu baza  $BC$ , construim  $AM \perp AB$ ,  $M \in [BC]$ ,  $CP \perp AM$ ,  $PE \perp AM$ ,  $MN \perp AC$ ,  $N \in [AC]$ ,  $CQ \perp AB$ ,  $Q \in AB$ .

- Demonstrați că  $MC$  este bisectoarea unghiului  $NMP$ .
- Demonstrați că  $[AQ] \equiv [CN]$ .
- Arătați că  $MN \cdot AC = PC \cdot AM$ .

SUCCES!