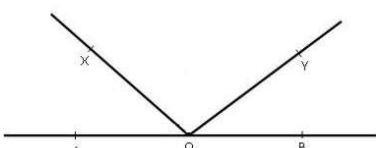


**Olimpiada de matematică**  
**Etapa locală 16.02. 2013**  
**Barem de notare clasa a VI – a**

<b>Soluție problema 1</b>																											
$\left. \begin{array}{l} 1333 = x \cdot c_1 + 13 \mid -13; 13 < x \\ 351 = x \cdot c_2 + 15 \mid -15; 15 < x \end{array} \right\} \Rightarrow x > 15$	2 p																										
$\left. \begin{array}{l} 1320 = x \cdot c_1 \\ 336 = x \cdot c_2 \end{array} \right\} \Rightarrow x \in D_{1320,336}$	2 p																										
$c.m.m.d.c.(1320; 336) = 2^3 \cdot 3 = 24$	2 p																										
<i>Finalizare <math>x = 24</math> iar ceilalti divizori nu corespund</i>	1 p																										
<b>Total punctaj problema 1</b>	<b>7 p</b>																										
<b>Soluție problema 2</b>																											
a) $7\overline{ab} + 7\overline{cd} = 9\overline{ab} - 9\overline{cd}$	1 p																										
$\overline{ab} = 8\overline{cd} \leq 99$ rezultă $\overline{cd} \leq 12$	2 p																										
$\overline{abcd} \in \{8010, 8811, 9612\}$	1 p																										
b) $x \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2013}{2014}\right) = 2013 \mid + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right)$	1 p																										
$x \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right) + \underbrace{1 + \dots + 1}_{2013} = 2013 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right) \mid : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right)$	1 p																										
$x = 1$	1 p																										
Observație: în cazul în care elevul „ghicește” soluția $x = 1$ primește 1 p din 3 p ale subpunctului b)																											
<b>Total punctaj problema 2</b>	<b>7 p</b>																										
<b>Soluție problema 3</b>																											
																											
a) $m(\sphericalangle AOY) + m(\sphericalangle YOB) = 180^\circ$	1 p																										
$m(\sphericalangle YOB) = 45^\circ$	1 p																										
$m(\sphericalangle AOY) = 135^\circ$	1 p																										
b) $\left. \begin{array}{l} m(\sphericalangle AOX) = u \\ m(\sphericalangle XOY) = v \end{array} \right\} \Rightarrow u + v = 135^\circ \Rightarrow v = 135^\circ - u$	1 p																										
$90^\circ - u > 180^\circ - v$																											
$u < 22^\circ 30'$	2 p																										
Măsura maximă a $\sphericalangle AOX = 22^\circ 29' 29''$	1 p																										
<b>Total punctaj problema 3</b>	<b>7 p</b>																										
<b>Soluție problema 4</b>																											
a)																											
<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Initial</th> <th>Prima tăiere</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Capete albastre</td> <td align="center">3</td> <td align="center">5</td> </tr> <tr> <td>Capete verzi</td> <td align="center">3</td> <td align="center">6</td> </tr> </tbody> </table>		Initial	Prima tăiere	Capete albastre	3	5	Capete verzi	3	6	1 p																	
	Initial	Prima tăiere																									
Capete albastre	3	5																									
Capete verzi	3	6																									
<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"></th> <th rowspan="2">Initial</th> <th colspan="5">Tăierea numărul</th> </tr> <tr> <th>I</th> <th>II</th> <th>III</th> <th>IV</th> <th>V</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Capete albastre</td> <td align="center">3</td> <td align="center">5</td> <td align="center">7</td> <td align="center">9</td> <td align="center">11</td> <td align="center">13</td> </tr> <tr> <td>Capete verzi</td> <td align="center">3</td> <td align="center">6</td> <td align="center">9</td> <td align="center">12</td> <td align="center">15</td> <td align="center">18</td> </tr> </tbody> </table>		Initial	Tăierea numărul					I	II	III	IV	V	Capete albastre	3	5	7	9	11	13	Capete verzi	3	6	9	12	15	18	1 p
			Initial	Tăierea numărul																							
	I	II		III	IV	V																					
Capete albastre	3	5	7	9	11	13																					
Capete verzi	3	6	9	12	15	18																					
$13+18=31$ capete	1 p																										

b)	$\left. \begin{array}{l} \text{nr. capete albastre după } n \text{ tăieri} = 2n + 3 = p^2 \\ \text{nr. capete verzi după } n \text{ tăieri} = 3n + 3 = q^2 \end{array} \right\} n \in \mathbb{N}$	1 p
	<i>fie</i> $d \mid 2n + 3$ <i>și</i> $d \mid 3n + 3$ , <i>cum</i> $2n + 3$ <i>și</i> $3n + 3$ <i>neprime între ele</i> $\Rightarrow d = 3$	2 p
	$3 \mid p^2$ <i>și</i> $3 \mid q^2 \Rightarrow 3^2 \mid p^2$ <i>și</i> $3^2 \mid q^2$ <i>fals</i> numărul de capete verzi și numărul de capete albastre nu pot fi pătrate perfecte neprime între ele	1 p
Total punctaj problema 4		<b>7 p</b>

**Olimpiada de matematică**  
**Etapa locală 16.02. 2013**  
**Subiect clasa a VI - a**

**Problema 1:**

Numerele 1333 și 351 dau resturile 13 și respectiv 15 la împărțirea cu același număr natural diferit de zero. Aflați acest număr.

**Problema 2:**

- a) Aflați toate numerele de forma  $\overline{abcd}$  știind că  $\frac{\overline{ab+cd}}{\overline{ab-cd}} = \frac{9}{7}$   
b) Rezolvați în mulțimea numerelor raționale pozitive ecuația:

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \dots + \frac{x+2013}{2014} = 2013$$

**Problema 3:**

Se consideră semidreptele opuse (OA și (OB și punctele X,Y, situate in același semiplan determinat de dreapta AB.

- a) Știind că unghiurile  $\sphericalangle AOX$  și  $\sphericalangle XOY$  sunt adiacente si ca  $m(\sphericalangle AOY)=3m(\sphericalangle YOB)$ , aflați  $m(\sphericalangle AOY)$ .  
b) Găsiți măsura maximă a unghiului  $\sphericalangle AOX$  , exprimată în grade, minute și secunde, știind că suplementul  $\sphericalangle XOY$  este mai mic decat complementul  $\sphericalangle AOX$  .

**Problema 4:**

La auzul veștii că Zmeul Zmeilor a răpit-o pe Ileana Cosânzeana, Făt-Frumos a pornit degrabă să o salveze. Înainte de a începe lupta, Făt-Frumos numără 3 capete albastre și 3 capete verzi ale zmeului. În luptă, Făt Frumos constată că, dacă îi taie zmeului un cap albastru, îi cresc la loc 3 capete albastre și 3 verzi iar dacă îi taie zmeului un cap verde, îi cresc la loc 2 capete albastre și 4 verzi. Se știe că Făt-Frumos îi poate tăia zmeului câte un cap odată.

- a) După ce Făt Frumos îi taie zmeului 5 capete, câte capete va avea zmeul?  
b) Demonstrați ca numărul de capete verzi și numărul de capete albastre nu pot fi pătrate perfecte neprime între ele.

*Timp de lucru 2 ore. Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*