CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „A. HAIMOVICI”
– ETAPA PE SECTOR, 21.02.2016 -

CLASA a IX-a
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL UMAN/ PEDAGOGIC
SOLUŢII ŞI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.

Enunţ subiect 1

a) Determinați cifra x pentru care $\overline{20x6,20x6} \le \overline{2x16,2x16}$

b) Numărul p are rotunjirea până la zeci egală cu 140 și numărul q are rotunjirea până la zeci egală cu 150. Determinați cea mai mare valoare a diferenței $q-p$.

Detalii rezolvare subiect 1	**Barem asociat**
a) Este suficient să determinăm x pentru care $\overline{20x6} \le \overline{2x16}$ $x \in \{0,1\}$	2p 1p
b) $p \in \{135,136,...,144\}$, $q \in \{145,144,...,154\}$	2p
Cea mai mare diferență este $154-135=19$	2p

Enunţ subiect 2

a) Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției:

Dacă $A \cup B = C$, *atunci* $A \subset C$ *și* $B \subset C$.

b) Fie mulțimea $M = \{0,1,2,3,...,10\}$. Arătați că M nu poate fi scrisă ca reuniune de două mulțimi nevide și disjuncte astfel încât suma elementelor din A să fie egală cu suma elementelor din B.

Detalii rezolvare subiect 2	**Barem asociat**
a) $A \subset A \cup B$ și $A \cup B \subset C \Rightarrow A \subset C$; analog $B \subset C$	2p
Finalizare	1p
b) Suma elementelor din M este egală cu $0+1+2+...+10=10\cdot 11:2=55$, deci impară.	2p
Dacă scrierea ar fi posibilă, atunci suma elementelor din M ar fi dublul sumei elementelor din A, deci pară. Finalizare.	2p

Enunţ subiect 3

Ana și Bianca încep să economisească bani lunar. În prima lună Ana a economisit cu 10 de lei mai mult decât Bianca. Începând cu a doua lună, Ana pune de o parte cu 20 de lei mai mult decât în luna precedentă, în timp ce Bianca își mărește lunar sumele economisite cu câte 20%. Astfel, în a șasea lună, Ana reușește să economisească de două ori mai mult decât în prima lună.

a) Cât a economisit fiecare fată în prima lună ?

b) Stabiliți care dintre cele două planuri de economisire este mai avantajos la sfârșitul primelor 6 luni.

Detalii rezolvare subiect 3	**Barem asociat**
a) Fie a_n, b_n, $n \in \mathbb{N}^*$ suma (în lei) economisită de Ana, respectiv Bianca în a *n*-a lună. Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ avem $a_{n+1} = a_n + (n-1) \cdot 20$, deci $a_n = a_1 + (n-1) \cdot 20$.	1p
$a_6 = 2 \cdot a_1 \Leftrightarrow a_1 + 100 = 2 \cdot a_1 \Leftrightarrow a_1 = 100$; $b_1 = 90$	2p
b) Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ avem $b_{n+1} = b_n + \frac{20}{100} b_n = \frac{6}{5} b_n$.	1p
$S_A = \frac{(a_1 + a_6) \cdot 6}{2} = 900$, $S_B = b_1 \cdot \frac{(1{,}2)^6 - 1}{1{,}2 - 1} = 893{,}6928 < S_A$, unde S_A și S_B sunt sumele economisite de Ana, respectiv Bianca în primele 6 luni.	3p

Enunţ subiect 4

Fie *A*, *B*, *C*, *D* patru puncte distincte în plan și punctele *M*, *N* astfel încât $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{BC}$.

a) Calculați $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AM}$.

b) Arătați că $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

Detalii rezolvare subiect 4 subiect 4	**Barem asociat**
a) $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} = \vec{0}$	2p
b) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$	2p
$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$	1p
Înmulțim prima relație cu $\frac{2}{3}$, pe a doua cu $\frac{1}{3}$, le adunăm și obținem egalitatea din enunț.	2p