INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI BUZĂU

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 23 februarie 2014

Clasa a V-a

SUBIECTUL I **(7 puncte)**

Să se compare numerele :

$a = \left[(3+4)^2 - (3^2+4^2)\right] : \left[4^{n+1} : 2^{2n} + 2^2 \cdot 5 \cdot (3^2 - 2^3)\right]$,

$b = (25^n : 5^{2n} + 1)^n$ şi $c = \left[(2^n + 2^n) : 2\right]^2$,unde $n \in \mathbb{N}$.

SUBIECTUL II **(7 puncte)**

Alegem 61 numere naturale nenule, distincte, a căror sumă este 2044. Arătaţi că printre aceste numere se găseşte cel puţin unul care să fie cub perfect.

SUBIECTUL III **(7 puncte)**

Ştiind că numărul $\overline{abc}$ este numărul scris din ultimele trei cifre ale numărului $n = 2^{2014} - 2^{2012} + 2^{2009}$, sa se afle cardinalul mulţimii $A = \{n \in \mathbb{N} / \overline{abc} < n \leq 2014\}$

SUBIECTUL IV **(7 puncte)**

Mulţimea $A = \{a, b, c, d, e\}$ are următoarele proprietăţi:

a) media aritmetică a elementelor mulţimii A este 2013;

b) eliminând cel mai mic element al mulţimii A, media aritmetică a elementelor rămase este 2014;

c) eliminând cel mai mare element al mulţimii A, media aritmetică a elementelor rămase este 2012;

Determinaţi numărul de mulţimi A care au aceste proprietăţi.

Notă. Timp de lucru efectiv **2 ore.**

Punctajul minim de calificare la etapa următoare a olimpiadei de matematică - **14 puncte.**

BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

Clasa a V-a

SUBIECTUL I **(7 puncte)**

a=1 .... 1p

b=2^n 2p

c=2^{2n} 2p

Daca n=0 numerele sunt egale 1p

Daca n>0 avem a<b<c 1p

SUBIECTUL II **(7 puncte)**

Daca vom lua cele mai mici 61 numere care nu conţin şi cuburi perfecte avem suma

1+2+3+ ....+65-(1+8+27+64) 2p

1+2+3+...+65=2145 .... 2p

1+8+27+64=100 .... 1p

1+2+3+ ....+65-(1+8+27+64)=2045 .... 1p

Obţinem o contradicţie, deci in suma se afla cel puţin un cub perfect... .... 1p

SUBIECTUL III **(7 puncte)**

$n = 2^{2009} \cdot 25 = 2^{2007} \cdot 100$ 2p

ultima cifră a lui 2^{2007} este 8 .... 2p

$\overline{abc} = 800$ 1p

Card A=2014-800=1214 .... 2p

SUBIECTUL IV **(7 puncte)**

.Vom presupune elementele mulţimii ordonate crescător ,

a+b+c+d+e=10065, b+c+d+e=8056, deci a=2009 .... 1p

a+b+c+d=8048, deci e=2017 .... 1p

b+c+d=6039 si 2009<b<c<d<2017 .... 1p

Daca b=2010 avem posibilităţile c=2013 si d=2016 sau c=2014 si d=2015 .... 1p

Daca b=2011 avem posibilităţile c=2012 si d=2016 sau c=2013 si d=2015 .... 1p

Daca b=2012 vom avea c=2013 si d=2014 .... 1p.

Deci sunt 5 mulţimi cu aceste proprietăţi 1p

<u>Notă:</u> Orice soluţie corectă diferită de cea a autorului se punctează corespunzător.

Comisia de evaluare poate modifica în mod unitar distribuţia punctelor.