OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA PE LOCALITATE
14.02.2015
Clasa a X –a M2

Problema 1 .

Rezolvaţi ecuaţia

$$\sqrt{log_2{}^{(4x)} + log_x{}^2} + \sqrt{log_2{}^{(\frac{x}{4})} + log_x{}^2} = 4$$ .Type equation here.

Problema 2 .

Determinaţi numerele complexe cu proprietatea $z^2 + \bar{z} = 0$.

Probelma 3 .

Rezolvaţi ecuaţia

$$|2\mathrm{x} - 1|^{10\mathrm{x}^2 - 1} = |2\mathrm{x} - 1|^{3\mathrm{x}} .$$

Probelma 4 .

Fie $z_1 = 2 - 2i$ şi $z_2 = 1 + i$.

Calculaţi : $\frac{z_1 z_2}{z_1 - 2z_2}$; $|z_1| + |z_2|$; $\left(\frac{z_1 - \overline{z_2}}{\sqrt{2}}\right)^{2015}$

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
Pentru fiecare problema se acordă de la 0 la 7 puncte .

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală -14.02.2015
Barem de notare
Clasa a X-a M2

Problema 1 .

Conditii existență logaritm $x > 0\,, x \neq 1$ ………………………………………………. 1p

$\sqrt{log_2^4 + log_2^x + log_x^2} + \sqrt{log_2^x - log_2^4 + log_x^2} = 4$ ……………………………… 1p

Notam $log_2^x = t$

$\sqrt{2 + t + \frac{1}{t}} + \sqrt{t - 2 + \frac{1}{t}} = 4$ ……………………………… 1p

$\frac{|t+1|}{\sqrt{t}} + \frac{|t-1|}{\sqrt{t}} = 4$ ……………………………… 1p

$Rezolvarea\ ecuatiei\ pentru\ \ t\ \geq 1$ ……………………………… 1p

$Rezolvarea\ ecuatiei\ pentru\ \ t \in (o, 1)$ …... ……………………… 1p

$Finalizare$ …... ……………………… 1p

Problema 2.

$z = a + bi\ ,\ \ \bar{z} = a - bi\ ,\ \ a, b \in R\ \ , (a + bi)^2 + a - bi = 0$……………………. 1p

$a^2 + 2abi - b^2 + a - bi = 0$ ……………………. 1p

$(a^2 - b^2 + a) + i(2ab - b) = 0$ ……………………. 1p

$(a^2 - b^2 + a) = 0$

$(2ab - b) = 0$ ……………………. 1p

$Rezolvarea\ sistemului\ de\ ecuatii$ ……………………. 2p

$Mentionarea\ numerelor\ complexe$ ……………………. 1p

Problema 3 .

$10x^2 - 1 = 3x$ ……………………. 1p

Rezolvarea ecuatiei ……………………. 2p

$2x - 1 = 1\ \ \Rightarrow x = 1$ ……………………. 1p

$2x - 1 = -1\ \ \Rightarrow x = 0$ ……………………. 1p

$2x - 1 = 0\ \ \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ ……………………. 1p

Finalizare ……………………. 1p

Problema 4 .

Determinarea $\frac{z_1 z_2}{z_1 - 2z_2}$ ………………………………………….. 2p

Determinarea $|z_1| + |z_2|$ ………………………………………….. 2p

Determinarea $\left(\frac{z_1 - \overline{z_2}}{\sqrt{2}}\right)^{2015}$ ………………………………………….. 3p