

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**FAZA LOCALĂ - 16.02.2013**

**CLASA a VI-a**

7p 1. Aflați numerele naturale  $a$  și  $b$  știind că  $[a,b]$  este de 15 ori mai mare decât  $(a,b)$  și  $5a+3b=150$ . Am notat cu  $[a,b]$  cel mai mic multiplu comun și cu  $(a,b)$  cel mai mare divizor comun al numerelor  $a$  și  $b$ .

*GM.10.2012*

7p 2. Arătați că, dacă  $61|(6x+5y)$ ,  $x, y \in \mathbb{N}$ , atunci  $61|(6y-5x)$

*RMCS. 42, AnXIII-2012*

7p 3. Fie cinci unghiuri în jurul unui punct. Știind că măsura celui de-al treilea unghi este egală cu suma măsurilor primelor două, al celui de-al patrulea este suma măsurilor primelor trei și al celui de-al cincilea suma primelor patru, arătați că printre ele există cel puțin un unghi drept și unul alungit. Realizați un desen corespunzător enunțului.

*Prof. Avramescu Irina, Reșița*

7p 4. Fie  $d$  o dreaptă și  $A$  și  $B$  două puncte fixe, de o parte și de alta a dreptei  $d$ . Spunem că un punct  $M \in d$  are proprietatea  $p$  dacă  $[AM] \equiv [MB]$ . Demonstrați că dacă pe dreapta  $d$  există două puncte cu proprietatea  $p$ , atunci toate punctele dreptei au proprietatea  $p$ .

*Gazeta Matematică . 4/2009*

**NOTĂ:**

- TIMP DE LUCRU 2 ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**FAZA LOCALĂ - 13.02.2010**  
**BAREM DE CORECTARE**  
**CLASA a VI-a**

1.  
 Fie  $(a,b) = d \Rightarrow a=dk; b=dp, (k,p)=1, d,k,p \in \mathbb{N}$ .....1p  
 $[a,b] = dkp$  .....1p  
 $kp=15$ ..... 1p  
 Dacă  $k=5, p=3$ , imposibil ..... 1p  
 Dacă  $k=3, p=5$ , avem  $a=25, b=15$ ..... 1p  
 Dacă  $k=1, p=15$ , avem  $a=3, b=45$ ..... 1p  
 Dacă  $k=15, p=1$ , imposibil ..... 1p
2.  $61|(6x+5y)$ , atunci  $6x+5y=61k$ .....1p  
 $5y=61k-6x$ , deci  $30y=366k-36x$ .....2p  
 $5(6y-5x)=30y-25x=366k-36x-25x=366k-61x$ , care se divide cu  
 $61$ .....3p  
 cum  $5$  nu se divide cu  $61$ ,  $(6y-5x)$  se divide cu  $61$  .....1p
3. Fie  $x$  și  $y$  măsurile primelor două.....1p  
 $x+y, 2x+2y, 4x+4y$  măsurile celorlalte .....1p  
 Avem  $8x+8y=360^\circ \Rightarrow x+y=45^\circ$  .....2p  
 .Finalizare.....1p  
 Desen.....2p
4. Fie  $M, N \in d$  a.î.  $MA \equiv MB$  și  $NA \equiv NB$ .....1p  
 $\triangle MAN \equiv \triangle MBN$ .....2p  
 Fie  $P \in d$  un punct arbitrar ales.....1p  
 $P\hat{N}A \equiv P\hat{N}B$  .....1p  
 $\triangle PNA \equiv \triangle PNB \Rightarrow$  finalizare.....2p

**NOTĂ:** orice altă soluție se punctează corespunzător