

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ-GIURGIU-16.02.2013

CLASA a XI-a

1. Pentru  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  calculați determinantul matricii

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \operatorname{tg}x & \operatorname{tg}^2x & \dots & \operatorname{tg}^{2013}x \\ \operatorname{ctg}x & 0 & \operatorname{tg}x & \dots & \operatorname{tg}^{2012}x \\ \operatorname{ctg}^2x & \operatorname{ctg}x & 0 & \dots & \operatorname{tg}^{2011}x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \operatorname{ctg}^{2013}x & \operatorname{ctg}^{2012}x & \operatorname{ctg}^{2011}x & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

*Paul Băiatu , Giurgiu*

2. Se consideră matricile  $A, B \in M_2(Q)$  cu proprietățile:

$$AB=BA ; \det A=2 ; \det(A+\sqrt{2}B)=0.$$

$$\text{Să se calculeze: } \det(A^4 + A^2B^2 + B^4).$$

*Gazeta Matematică*

3. Să se calculeze :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \lim_{x \rightarrow 1} [1 + \operatorname{arcsin}^2(x+1) + \operatorname{arcsin}^2 2(x+1) + \dots + \operatorname{arcsin}^2 n(x+1)]^{\frac{1}{(x+1)^2}} \right]^{\frac{1}{n}}$$

*Daniela Boanță, Giurgiu*

4. Calculați:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(\pi\sqrt{4n^2 + 2n + 3})$$

*Ion Staicu , Giurgiu*