INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SATU MARE

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

Olimpiada naţională de matematică

etapa locală

28.02.2015

Clasa a V-a

1. Fie $A = 10^{2013}+2\cdot10^{2013}+3\cdot10^{2013}+.......+2013\cdot10^{2013}$ și

   $B = 10^{2015}+99\cdot 10^{2013}+2\cdot 10^{2013}$.

   a) Arătați că A este divizil cu 2013.

   b) Calculați suma cifrelor numărului B.

2. Numere naturale se aranjează într-un tablou în modul următor:

			2			
		3	4	5		
	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	1'

….

și așa mai departe.

Determinați care este al 2015-lea număr de pe rândul al 2007-lea.

3. a) Câte numere naturale **n** verifică inegalitățile:

   $1+3+5+7+........+2015 \leq n < 2+4+6+8+........+2016$

   b) Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției

   $4\,(1+ 5+ 5^2 +5^3 + \ldots + 5^{2015}) + 1 - 5^{2016} = 0$

4. Determinați un umăr natural de patru cifre nenule pătrat perfect, știind că ultima cifră este egală cu suma primelor trei, iar prima și ultima cifră sunt divizibile cu trei.

Notă: Timp de lucru 2 ore.
Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.
SUCCES!

Str. 1 Decembrie 1918 nr. 6
Cod 440010 Satu Mare
Tel. +40 (0)261712175
Fax: +40 (0)261713441
www.isj.sm.edu.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30,
Sector 1, 010168, Bucuresti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro

BAREM de corectare

1. a)	Factor comun 10^{2013}	**1p**
	A = $10^{2013}(2013 \cdot 2014):2 = 10^{2013} \cdot 2013 \cdot 1007$	**1p**
	A divizibil cu 2013	**1p**
1. b)	Factor comun 10^{2013}	**1p**
	B=$10^{2013}(100+99+2)$	**1p**
	B=20100000...0	**1p**
	Suma cifrelor este 3	**1p**
	TOTAL Subiectul 1	**7 p**
2.	Fieacare rând conține număr impar de numere	**1p**
	Pe rândul al n-lea numărul elementelor este 2n-1	**2p**
	Pe cele 2006 de rânduri sunt așezate $1+3+5+....+4011 = 2006^2$ de numere	**1p**
	Pe cele 2006 de rânduri sunt 4024036 de numere	**1p**
	Al 2007-lea rând începe cu 4024038	**1p**
	TOTAL Subiectul 2	**7 p**
3. a)	$1+3+5+7+........+2015 = 1008^2 = 1016064$	**1p**
	$2+4+6+8+........+2016 = 1016064 + 1008$	**1p**
	Numărul soluțiilor este 1008	**1p**
3. b)	$1+5+5^2+5^3+\ldots+5^{2015} = (5^{2016}-1):4$	**2p**
	$5^{2016}-1+1-5^{2016}=0$	**1p**
	Propoziție adevărată	**1p**
	TOTAL Subiectul 3	**7 p**
4.	$\overline{abcd}$, d= $\overline{abcd}$, a+b+c, a,b,c,d $\neq 0$	**1p**
	$a \,\vdots\, 3$, $d \,\vdots\, 3$	**1p**
	$a+b+c+d \,\vdots\, 3$ atunci $\overline{abcd} \,\vdots\, 9$	**1p**
	d= 9	**1p**
	Numărul căutat $\overline{3bc9}$, b+c = 6 sau $\overline{6bc9}$, b+c = 3	**1p**
	Un pătrat perfect se poate termina cu 29,49 sau 69	**1p**
	Deci numărul cautat este 3249	**1p**
	TOTAL Subiectul 4	**7 p**

Subiecte propuse de prof. CZIPROK ANDREI – Colegiul Naţional„Kolcsey Ferenc" Satu Mare