

Subiectul 1 – Prismă optică

Se consideră o prismă optică având unghiul refringent A și indicele de refracție relativ față de mediul înconjurător n . Secțiunea principală a prisme este un triunghi isoscel. În fața prisme se află o sursă punctiformă de lumină.

a) *Analiza deviației unei raze monocromatice prin prisma optică.*

a₁) Reprezintă mersul unei raze de lumină care pornește de la sursa S și traversează prisma.

a₂) Exprimă unghiul de deviație δ dintre raza emergentă și raza incidentă.

a₃) Pentru ce valori ale unghiului de incidență razele de lumină pot traversa prisma? Caz particular: $A = 75^\circ, n = \sqrt{2}$.

b) *Prisma la deviație minimă*

b₁) Ce condiție trebuie îndeplinită pentru ca unghiul de deviație să fie minim?

b₂) Exprimă n în funcție de A dacă $\delta_{min} = A$.

b₃) Determină intervalul de variație al unghiului de deviație pentru cazul $A = 60^\circ$ și $n = \sqrt{3}$.

c) *Prisma de unghi mic.* Consideră că unghiul prisme (A) este mic. Pentru unghiuri mici se poate face aproximația $\sin \alpha \cong \alpha$, cu unghiul exprimat în radiani.

c₁) Arată că, pentru unghiuri de incidență mici, unghiul de deviație *practic* nu depinde de unghiul de incidență.

c₂) Un observator privește sursa prin prisma așezată la *deviația minimă*. Construiește imaginea sursei S și precizează natura sa. Consideră că sursa se află față de prismă la o distanță d mult mai mare decât înălțimea prisme.

c₃) Precizează poziția imaginii sursei S în condițiile punctului anterior.

Subiectul 2 - Lentile

A. O lentilă este așezată între un obiect și un ecran, aflate în poziții fixe. Obiectul și ecranul sunt perpendiculare pe axa optică principală a lentilei. Deplasând lentila între obiect și ecran se obțin două poziții ale lentilei pentru care imaginea obiectului pe ecran este clară. Distanța dintre cele două poziții reprezintă o treime din distanța obiect – ecran. Calculează raportul dintre distanța obiect – ecran și distanța focală a lentilei.

B. Un sistem optic centrat este alcătuit din două lentile convergente L_1 și L_2 aflate în poziții fixe. În fața sistemului, de partea lentilei L_1 , este așezat un obiect perpendicular pe axa optică principală. Imaginea clară a obiectului se formează pe un ecran aflat de cealaltă parte a sistemului optic. Se constată că imaginea formată pe ecran rămâne clară dacă, la **orice** apropiere a obiectului cu distanța Δx față de prima lentilă, ecranul este îndepărtat față de sistem cu distanța $k \cdot \Delta x$, unde $k = 4$.

b₁) Calculează mărirea liniară transversală dată de sistem, pentru obiectul aflat în poziția inițială.

b₂) Se înlocuiește ecranul cu o oglindă plană așezată la distanța $d_2 = 14$ cm față de lentila L_2 , perpendicular pe axa optică principală a sistemului. Se constată că, dacă se plasează obiectul la distanța $d_1 = 4$ cm în fața lentilei L_1 , imaginea finală formată de noul sistem optic se suprapune cu obiectul. Calculează distanța dintre cele două lentile.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiectul 3 - Disc

Un disc transparent având raza $R = 8,0$ cm este așezat pe o masă orizontală, peste o hârtie milimetrică (vezi figura de mai jos). Centrul discului se află în originea unui sistem de axe xOy . Un pointer laser (cu vârful S) se poate deplasa uniform de-a lungul axei $O'y'$ paralelă cu axa Oy la distanța de 10 cm de aceasta. Raza de lumină care pleacă din S se află în planul xOy .

a) Pointerul pornește din punctul O' cu viteza de 1 cm/s în sensul negativ al axei $O'y'$ și se rotește în planul xOy astfel încât în orice moment raza incidentă trece nedeviată prin disc. Ai pornit cronometrul când sursa pleacă din punctul O' și îl oprești când lumina trece prin punctul T situat pe suprafața laterală a discului, la 4 cm sub axa Ox . Calculează pentru acest moment:

- a₁) unghiul format de fascicolul laser cu axa Ox ;
- a₂) coordonata y' a pointerului laser;
- a₃) timpul indicat de cronometru.

b) Presupune acum că sursa S se deplasează în sensul pozitiv al axei $O'y'$ iar raza de lumină este permanent paralelă cu axa Ox .

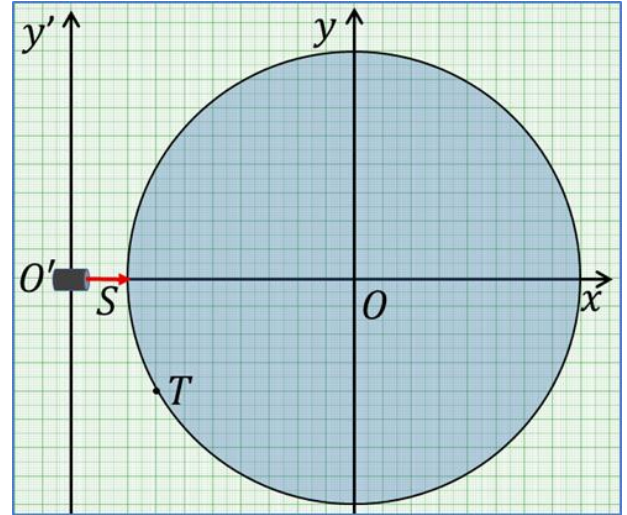
b₁) Exprimă relația dintre unghiul δ (format de direcția razei incidente cu direcția razei emergente) și unghiurile de incidență i și de refracție r .

b₂) Exprimă relația dintre unghiul δ și unghiul de refracție r , când unghiul de incidență este egal cu dublul unghiului de refracție;

b₃) Calculează i în condițiile punctului anterior dacă $n = \sqrt{3}$.

Dacă vei considera necesar, poți folosi următoarea egalitate: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

c) Sursa S se deplasează în sensul pozitiv al axei $O'y'$ iar raza de lumină este permanent paralelă cu axa Ox . Se măsoară (printr-o metodă convenabilă) distanțele parcurse de lumină în discul transparent pentru diferite valori ale coordonatei y' a sursei. Datele sunt trecute în tabelul următor:



Nr măs	y' (cm)	d (cm)	n	n_{med}	Δn	$(\Delta n)_{med}$
1	4,5	15,1				
2	5,7	14,6				
3	6,4	14,2				
4	7,0	13,8				
5	7,4	13,5				
6	7,7	13,3				

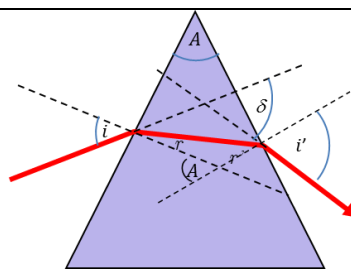
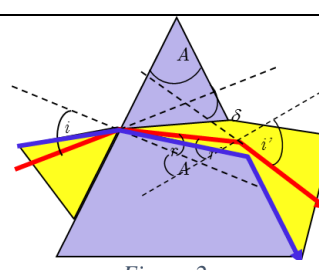
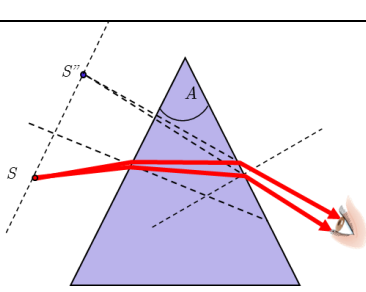
c₁) Află expresia care îți permite calcularea indicelui de refracție al discului în funcție de R , y , d și indicele de refracție al aerului.

c₂) Folosind datele din tabel calculează indicele de refracție al materialului din care este confecționat discul. Consideră indicele de refracție pentru aer $n_0 = 1$. Exprimă rezultatul sub forma $n = n_{med} \pm (\Delta n)_{med}$.

Subiect propus de:

Prof. dr. Constantin Corega, CNER Cluj-Napoca,
Prof. Liviu Blanariu, Centrul Național de Evaluare și Examinare, București,
Prof. Florin Moraru, Colegiul Național „N. Bălcescu”, Brăila

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiectul 1 – Prisma optică	Parțial	Punctaj
1. Barem subiect 1		10p
a)		
a ₁) Vezi Figura 1		1p
a ₂) $\delta = (i - r) + (i' - r')$, $r + r' = A$, $\delta = i + i' - A$		1p
a ₃) $i' \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow r' < \ell$, $r' = A - r < \ell \Rightarrow r > A - \ell$, $\sin i = n \sin r \geq n \sin(A - \ell)$, $\sin i_0 = n \sin(A - \ell)$, $i \in [i_0, \frac{\pi}{2}]$. (Vezi Figura 2)		1p
Caz particular: $\sin \ell = \frac{1}{n} \Rightarrow \ell = 45^\circ$, $\sin i_0 = n \sin(75^\circ - 45^\circ)$, $i \in [45^\circ, 90^\circ]$ <i>Observație:</i> Dacă $i_0 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin(A - \ell) = \frac{1}{n} = \sin \ell$. $A < 2\ell$ reprezintă condiția să existe cel puțin o rază de lumină care traversează prisma!		
b)		
b ₁) Unghiul de deviație este minim la trecerea simetrică a razei de lumină prin prismă, atunci când $i = i'$ și $r = r' = \frac{A}{2}$		1p
b ₂) $\sin i = n \sin r$ și $r = \frac{A}{2}$, $\delta_{\min} + A = 2i \Rightarrow i = A$ $n = \frac{\sin A}{\sin \frac{A}{2}}$, $n = 2 \cos \frac{A}{2}$		1p
b ₃) $\delta \in [\delta_{\min}, \delta_{\max}]$ $\delta_{\min} = 60^\circ$ $\delta_{\max} = \frac{\pi}{2} + i_0 - A$, unde $\sin i_0 = \frac{\sqrt{6}-1}{2} \Rightarrow \delta_{\max} \approx 76,45^\circ$		1p
c)		
c ₁) Din $\sin i = n \sin r$ și $n \sin r' = \sin i'$ ținând cont de aproximația unghiurilor mici, rezultă $i \cong nr$, $i' \cong nr'$, $i + i' \cong n(r + r') = nA$, $\delta \cong (n - 1)A$ – nu depinde (practic) de unghiul de incidență.		1p
c ₂) Imagine virtuală.		1p

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pagina 2 din 5

c₃) Deoarece unghiul prismei este foarte mic și $h \ll d$ toate unghiurile sunt foarte mici.
Pentru un dioptru plan, la incidență aproape normală (vezi figura), se poate scrie

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow n_1 i = n_2 r \Rightarrow \frac{n_1}{h_1} = \frac{n_2}{h_2}$$

Considerând fața prismei dinspre obiect (vezi Figura 4) avem: $d_2 = nd$.

Analog, la fața (2) putem scrie

$$d'_2 = \frac{d'_1}{n}$$

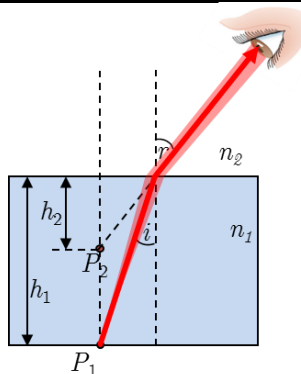


Figura 4

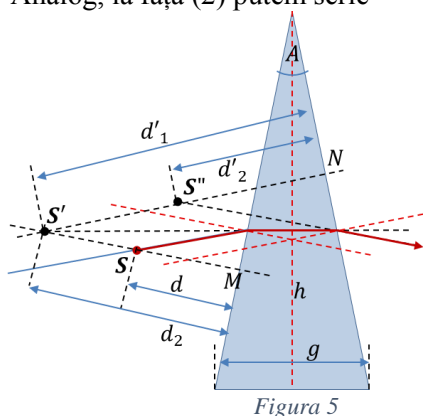


Figura 5

Considerând prisma mică și foarte subțire (grosimea ei $g \ll d$) $\Rightarrow d'_1 \cong d_2$ și, ca urmare, $d'_2 \cong d -$ sursa și imaginea sa se află practic la aceeași distanță de prima față a prisme. S și S'' se află pe o dreaptă practic paralelă cu prima față a prisme. Distanța dintre S și S'' este $a \cong \delta d$. (Figura 5)

1p

Oficiu

1p

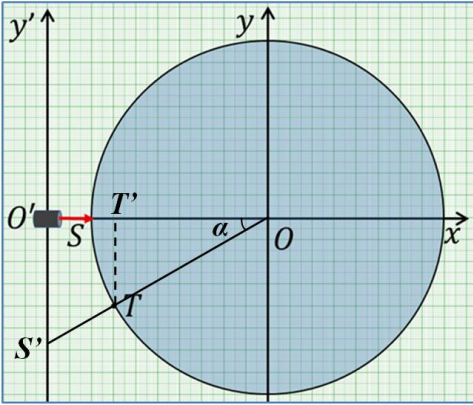
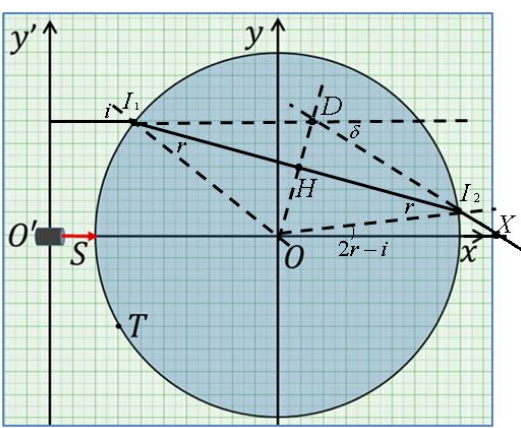
Subiectul 2 - Lentile	Parțial	Punctaj
2. Barem subiect 2		10p
A.		
$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}$	0,5p	2,5p
$D = x_2 - x_1$	0,5p	
$x_1^2 + Dx_1 + Df = 0 \Rightarrow (x_1)_{1,2} = \frac{-D \pm \sqrt{D^2 - 4Df}}{2}$	0,5p	
$d = (x_1)_2 - (x_1)_1 = \frac{1}{3}D$	0,5p	
$\frac{D}{f} = 4,5$	0,5p	
B.		
b ₁)		
Pentru imaginea formată de prima lentilă: $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow x_2 = \frac{f_1 x_1}{f_1 + x_1}$	0,25p	4p
Pentru imaginea formată de a doua lentilă: $\frac{1}{x'_2} - \frac{1}{x'_1} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow x'_2 = \frac{f_2 x'_1}{f_2 + x'_1}$	0,25p	
Notând cu d distanța dintre lentile: $d = x_2 + (-x'_1)$	0,25p	
Din ecuațiile anterioare obținem: $x'_2 = \frac{(f_1 - d)f_2 x_1 - f_1 f_2 d}{f_1(f_2 - d) + x_1(f_1 + f_2 - d)}$ (1)	0,25p	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pagina 3 din 5

Din textul problemei rezultă că $\Delta x'_2 = k \cdot \Delta x_1$, pentru orice Δx_1 . Ca urmare, dependența lui x'_2 de x_1 trebuie să se exprime printr-o funcție de gradul 1. $x'_2 = a \cdot x_1 + b$, unde a și b sunt constante	0,5p	
Ca urmare, coeficientul lui x_1 de la numitorul relației (1) trebuie să fie nul, adică: $f_1 + f_2 - d = 0 \Rightarrow d = f_1 + f_2$ (2)	0,5p	
Rezultă că sistemul de lentile este afocal, deci $\beta = -\frac{f_2}{f_1}$, indiferent de x_1 .	0,5p	
Din (1) și (2) rezultă: $x'_2 = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 x_1 + \frac{f_2}{f_1}(f_1 + f_2) \Rightarrow$ (3)	0,5p	
$\Delta x'_2 = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \Delta x_1$	0,5p	
Ca urmare $\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{k}$, deci $\beta = -\sqrt{k}$, adică $\beta = -2$.	0,5p	
b ₂)		
Aplicăm <i>principiul reversibilității</i> : <i>imaginea</i> formată de sistemul de lentile la trecerea luminii într-un sens este <i>obiect</i> pentru sistemul de lentile la trecerea luminii în celălalt sens. Deoarece imaginea obiectului se suprapune cu obiectul, înseamnă că imaginea obiectului la trecerea luminii într-un sens prin sistemul de lentile se suprapune cu „obiectul” la trecerea luminii prin sistemul de lentile în sens contrar. Înseamnă că sistemul de lentile formează imaginea obiectului chiar în planul oglinzii, adică $x'_2 = d_2$. (4)	1,0p	2,5p
Evident, $x_1 = -d_1$. (5)	0,25p	
Înlocuind (4) și (5) în (3) rezultă: $d_2 = -k \cdot d_1 + f_2(1 + \sqrt{k}) \Rightarrow f_2 = \frac{d_2 + k \cdot d_1}{1 + \sqrt{k}}$	0,5p	
$f_2 = 10 \text{ cm}; f_1 = \frac{f_2}{\sqrt{k}} \Rightarrow f_1 = 5 \text{ cm}$	0,5p	
Folosind (2) obținem: $d = 15 \text{ cm}$	0,25p	
Oficiu		1,0p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiectul 3 - Disc	Parțial	Punctaj
3. Barem subiect 3		10p
a.		
<p>a₁) Sursa S este plasată pe dreapta care trece prin punctele T și O</p>  <p> $\sin \alpha = \frac{TT'}{TO} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2},$ deci $\alpha = \frac{\pi}{6}$ </p>	0,5p	1,5p
<p>a₂) $S'O' = OO' \cdot \operatorname{tg} \alpha$</p> <p> $S'O' = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm} \cong 5,8 \text{ cm}$ (sau $y' = -\frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm} \cong -5,8 \text{ cm}$) </p>	0,5p	
<p>a₃) $t = \frac{S'O'}{v} \Rightarrow t = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ s} \cong 5,8 \text{ s}$</p>	0,5p	
b.		
 <p> b₁) $\Delta_1 O I_2$ isoscel $n_0 \cdot \sin i = n_x \cdot \sin r$ $n_x \cdot \sin r = n_0 \cdot \sin \alpha$ </p> <p>În triunghiul $\Delta_1 D I_2$ $\pi - \delta + i - r + i - r = \pi$ $\delta = 2(i - r)$ </p>	1,0p	2p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

b ₂) $\left. \begin{array}{l} \delta = 2(i - r) \\ i = 2r \end{array} \right\} \Rightarrow \delta = 2r$	0,5p																																							
b ₃) $\sin i = n \sin \frac{i}{2} \Rightarrow \cos \frac{i}{2} = \frac{n}{2} \Rightarrow i = 60^\circ$	0,5p																																							
c.																																								
c ₁) $\Delta I_1 O I_2$ isoscel $\cos r = \frac{\frac{d}{2}}{R} = \frac{d}{2R}$ $\sin r = \sqrt{1 - \frac{d^2}{4R^2}}$	1,0p																																							
$\sin i = \frac{y'}{R}$	0,5p																																							
$n = \frac{n_0 \sin i}{\sin r}$	0,5p																																							
$n = \frac{2n_0 y'}{\sqrt{4R^2 - d^2}}$	1,0p	5,5p																																						
c ₂) <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Nr. crt.</th> <th>y'(cm)</th> <th>d(cm)</th> <th>n</th> <th>n_{med}</th> <th>Δn</th> <th>$(\Delta n)_{med}$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>4,5</td> <td>15,1</td> <td>1,70</td> <td rowspan="6">1,73</td> <td>0,03</td> <td rowspan="6">0,01</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>5,7</td> <td>14,6</td> <td>1,74</td> <td>0,01</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>6,4</td> <td>14,2</td> <td>1,74</td> <td>0,01</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>7,0</td> <td>13,8</td> <td>1,73</td> <td>0,00</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>7,4</td> <td>13,5</td> <td>1,72</td> <td>0,01</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>7,7</td> <td>13,3</td> <td>1,73</td> <td>0,00</td> </tr> </tbody> </table>	Nr. crt.		y'(cm)	d(cm)	n	n_{med}	Δn	$(\Delta n)_{med}$	1	4,5	15,1	1,70	1,73	0,03	0,01	2	5,7	14,6	1,74	0,01	3	6,4	14,2	1,74	0,01	4	7,0	13,8	1,73	0,00	5	7,4	13,5	1,72	0,01	6	7,7	13,3	1,73	0,00
Nr. crt.	y'(cm)	d(cm)	n	n_{med}	Δn	$(\Delta n)_{med}$																																		
1	4,5	15,1	1,70	1,73	0,03	0,01																																		
2	5,7	14,6	1,74		0,01																																			
3	6,4	14,2	1,74		0,01																																			
4	7,0	13,8	1,73		0,00																																			
5	7,4	13,5	1,72		0,01																																			
6	7,7	13,3	1,73		0,00																																			
$n = 1,73 \pm 0,01$	0,5p																																							
Oficiu		1,0p																																						

Soluții propuse de:
Prof. dr. Constantin Corega, CNER Cluj-Napoca,
Prof. Liviu Blanariu, Centrul Național de Evaluare și Examinare, București,
Prof. Florin Moraru, Colegiul Național „N. Bălcescu”, Brăila

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.