

**OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALĂ**
15.02.2014
Clasa a V – a

1. (5 p) a) Comparați numerele naturale a și b , știind că :

$$a = [(12^2 - 10^2) : 11 - 1^{2014}] : 3 - 2014^0$$

$$b = [(3^4 - 2^{16} : 2^{11}) : 7 - 2 \cdot 3]^{2014}.$$

- (2p) b) Cu numerele a și b determinate la cerința a), efectuați :

$$\overline{bbaa} - \overline{baba} + a^b - b^a.$$

2. (4p) a) Aflați valoarea lui x din egalitatea :

$$(x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + \dots + (x + 50) = 2525$$

- (3p) b) Câte numere naturale verifică relația :

$$4 \cdot x + 17 < 100 ?$$

3. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 2^n < x \leq 2^{n+1}, n \in \mathbf{N}\}$

- (4 p) a) Câte elemente are mulțimea A în cazul $n = 2014$.

- (3 p) b) Determinați numărul n pentru care mulțimea A are 128 elemente

4. Se consideră numărul $N = \overline{ab60} + 25 \cdot \overline{ab}$.

- (2 p) a) Arătați că N este divizibil cu 5.

- (2 p) b) Determinați restul împărțirii numărului N la 25.

- (3 p) c) Dacă b este cifră pară, arătați că 2^N este pătrat perfect.

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii,

Timp de lucru : 2 ore

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 p.

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

OLIMPIADA DE MATEMATICA

FAZA LOCALĂ

15.02.2014

Clasa a V – a

1. a) $a = [(144 - 100) : 11 - 1] : 3 = 1 - 1 = 0$ (2 p)
 $b = [(81 - 32) : 7 - 6]^{2014} = 1$ (2 p)
 $a < b$ (1 p)
- b) $\overline{bbaa} - \overline{baba} + a^b - b^a = 1100 - 1010 + 0^1 - 1^0 = 90 - 1 = 89$ (2 p).
2. a) $50x + (1 + 2 + 3 + \dots + 50) = 2525$ (2 p)
 $50x = 2525 - 50 \cdot 51 : 2$
 $50x = 2525 - 1275$ (1 p)
 $x = 1250 : 50 \Rightarrow x = 25$ (1 p)
- b) $4x < 100 - 17 \Rightarrow x < 20 \frac{3}{4} \Rightarrow x \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 20\}$ (2 p)
 21 numere natural verifică relația (1 p)
3. a) $n = 2014$ $2^{2014} < x \leq 2^{2015}$ (1 p)
 $\Rightarrow A = \{2^{2014} + 1, 2^{2014} + 2, \dots, 2^{2015}\}$
 $\text{Card } A = (2^{2015} - 2^{2014}) = 2^{2014}$ (3 p)
- b) $\text{Card } A = (2^{n+1} - 2^n) = 2^n(2^1 - 1) = 2^n$ (2 p)
 Dacă $2^n = 128 \Rightarrow 2^n = 2^7$, deci $n = 7$ (1 p)
4. a) $N = \overline{ab} \cdot 100 + 60 + 25 \cdot \overline{ab} = 125\overline{ab} + 60 =$
 $5 \cdot (25\overline{ab} + 12) : 5$ (2 p)
- b) $N = 125\overline{ab} + 50 + 10 = 25(5\overline{ab} + 2) + 10$
 $10 < 25 \Rightarrow$ restul împărțirii lui N la 25 este 10 (2 p)
- c) b este cifră pară $\Rightarrow 5\overline{ab}$ este număr par $5\overline{ab} + 2$ este par $\Rightarrow N$ par \Rightarrow există
 $k \in \mathbb{N}$ a.î. $N = 2k$ (2 p)
 $2^N = 2^{2k} = (2^k)^2$ - pătrat perfect (1 p)