OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
30 IANUARIE 2016

CLASA a VIII-a

Subiectul 1. Determinaţi mulţimea $I=\left(-\infty;a\right]\cap\left[a^{-1};\infty\right),\ a\in\mathbb{R}^*$. Discuţie.

Subiectul 2. Aflați numerele reale x și y pentru care avem

$$\sqrt{4x^2-12x+25}+\sqrt{4x^2+12xy+9y^2+64}\le 12 .$$

Subiectul 3. Pe planul triunghiului echilateral ABC cu AB = 6cm se ridică, de aceeași parte a planului (ABC), perpendicularele $A'A\perp(ABC)$, $B'B\perp(ABC)$, astfel încât $AA' = BB' = 6\sqrt{3}$ cm.

a) Aflaţi distanța de la A la planul (A'BC).

b) Aflaţi sinusul unghiului dintre A'B și B'C.

Subiectul 4. Prin mijlocul M al muchiei (AB) a tetraedrului ABCD se duce un plan paralel cu AC şi BD , care intersectează muchiile (BC) , (CD) şi (DA) în N, P şi respectiv Q . Determinaţi măsura unghiului dreptelor AC şi BD, ştiind că aria patrulaterului MNPQ este $\frac{AC\cdot BD}{8}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru: 3 ore

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
30 IANUARIE 2016
CLASA a VIII-a
Bareme

Subiectul 1.

	$a \in (-\infty;-1) \Rightarrow I = \varnothing$ $a = -1 \Rightarrow I = \{-1\}$ $a \in (-1;0) \Rightarrow I = \left[a^{-1};a\right]$ $a \in (0;1) \Rightarrow I = \varnothing$ $a = 1 \Rightarrow I = \{1\}$ $a \in (1;\infty) \Rightarrow I = \left[a^{-1};a\right]$	**7p**

Subiectul 2.

	$\sqrt{4x^2-12x+25} = \sqrt{(2x-3)^2+16} \geq 4$	**2p**
	$\sqrt{4x^2+12xy+9y^2+64} = \sqrt{(2x+3y)^2+64} \geq 8$	**2p**
	$\sqrt{4x^2-12x+25} + \sqrt{4x^2+12xy+9y^2+64} \geq 12$ şi ipoteza $\Rightarrow$ $\sqrt{4x^2-12x+25} + \sqrt{4x^2+12xy+9y^2+64} = 12$	**2p**
	Finalizare $x = \frac{3}{2}, y = -1$	**1p**

Subiectul 3.

a.	Construcţia perpendicularei din A pe (A'BC) Calculul distanţei : $\frac{6\sqrt{15}}{5}$	**3p**
b.	Prelungim [AB] cu [BE], AB=BE $\Rightarrow$A'B$\parallel$B'E$\Rightarrow \sphericalangle(A'B,B'C) = \sphericalangle CB'E$ Aria in doua moduri a triunghiului B'CE si finalizarea $\sin(EB'C) = \frac{\sqrt{39}}{8}$	**4p**

Subiectul 4.

	Demonstrarea faptului că MNPQ paralelogram	**3p**
	Demonstrarea faptului că $m(\sphericalangle(AC,BD)) = m(\sphericalangle(MN,NP))$	**2p**
	$A_{MNPQ} = MN \cdot NP \cdot \sin(MN,NP) = \frac{AC}{2} \cdot \frac{BD}{2} \cdot \sin(AC,BD)$ şi finalizare	**2p**