

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ETAPA LOCALĂ – GIURGIU - 16.02.2013

CLASA a IX-a

1. a) Să se arate că : $\frac{1}{2\sqrt{n}} < \sqrt{n} - \sqrt{n-1} < \frac{1}{2\sqrt{n-1}}, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$;

b) Comparați numerele:

$$a = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{503}} \text{ și}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{504}} + \frac{1}{\sqrt{505}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2013}}.$$

Ionel Tudor, Călugăreni

2. Rezolvați ecuația:

$$\left[\frac{2x-1}{5} \right] + \left[\frac{6x+2}{15} \right] + \left[\frac{6x+7}{15} \right] = 2x - 6$$

Ion Staicu, Giurgiu

3. Fie triunghiul ABC cu centrul de greutate G și în care P este mijlocul lui [AG]. Alegem punctul Q ∈ AC astfel ca $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{QC}$.

Prin punctul B se duce paralela la AC pe care se alege un punct R astfel ca $\overrightarrow{BR} = \overrightarrow{CQ}$. Demonstrați că punctele P, Q și R sunt coliniare.

Daniela Boanță, Giurgiu

4. Se consideră hexagonul ABCDEF și fie G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 și G_6 centrele de greutate ale triunghiurilor ABC, DEF, ABD, CEF, ACD respectiv BEF. Arătați că dreptele G_1G_2, G_3G_4 și G_5G_6 sunt concurente.

Paul Băiatu, Giurgiu