Inspectoratul Şcolar Judeţean Mehedinţi

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-15 FEBRUARIE 2014
Clasa a IX-a

SUBIECTUL I

a)Se consideră mulțimea $M=\{x\in\mathbf{N} \mid x\le 2014\}$ și mulțimile $A=\{2a-1 \mid a\in\mathbf{N}\}\cap M$, $B=\{3b-1 \mid b\in\mathbf{N}\}\cap M$ și $C=\{5c-1 \mid c\in\mathbf{N}\}\cap M$.

Să se calculeze cardA, cardB și cardC.

b) Fie a, b, c și d numere reale pozitive astfel încât: $a+b+c+d=1$.

Să se arate că: $a^2b^2+c^2d^2\le\frac{1}{16}$.

SUBIECTUL II

Să se rezolve ecuaţia: $[x^2]-4[x]+3=0$ unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x.

SUBIECTUL III

Fie ABC un triunghi cu $AB=c,\ BC=a,\ AC=b$. Medianele AM, BN și CP taie cercul circumscris triunghiului în punctele D, E respectiv F. Știind că $\vec{MD}+\vec{NE}+\vec{PF}=\vec{0}$, să se arate că

$$\frac{a^2}{2b^2+2c^2-a^2}\overrightarrow{AM}+\frac{b^2}{2a^2+2c^2-b^2}\overrightarrow{BN}+\frac{c^2}{2a^2+2b^2-c^2}\overrightarrow{CP}=\vec{0}.$$

SUBIECTUL IV

Se dă ΔABC $M\in[AB], N\in[AC]$ si $P\in BC$ astfel încât $C\in[BP]$ dacă $\alpha,\beta,\gamma\in R$ astfel încât $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{MB}$ $\overrightarrow{BP}=\beta\overrightarrow{CP}$ $\overrightarrow{CN}=\gamma\overrightarrow{NA}$ să se arate vectorial că dacă M, N, P coliniare atunci $\alpha\cdot\beta\cdot\gamma=1$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.