# OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
## ETAPA LOCALA – 21 FEBRUARIE 2016

### Clasa a XI-a

**Problema 1.** Să se arate că oricare două matrice $A,\ B \in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $A^2 + B^2 = \begin{pmatrix} 2014 & 2015 \\ 2016 & 2017 \end{pmatrix}$ nu comută între ele.

**Problema 2.** Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Arătați că $X^3 \neq A,\ (\forall) X \in M_3(\mathbb{C})$.

**Problema 3.** Fie șirurile $(x_n)_{n\geq 1}$ și $(y_n)_{n\geq 1}$, definite prin $x_n = \frac{1}{2^{1^2}} + \frac{1}{2^{2^2}} + \frac{1}{2^{3^2}} + \ldots + \frac{1}{2^{n^2}}$ și $y_n = x_n + \frac{1}{2n \cdot 2^{n^2}}$, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$. Arată că:

a) șirul $(y_n)_{n\geq 1}$ este strict descrescător;

b) șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ este convergent;

c) limita șirului $(x_n)_{n\geq 1}$ este un număr irațional.

**Problema 4.** Fie $(x_n)_{n\geq 1}$ șirul cu termenul general $x_n = \sqrt{n + \sqrt{n-1 + \sqrt{n-2 + \ldots + \sqrt{1}}}}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Să se arate că:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}} = 1$; .

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(x_n - \sqrt{n}\right) = \frac{1}{2}$.

**SUCCES!**

*Subiectele au fost selectate de prof. Gheorghe Stoianovici*

**Baremul de notare este : Problema 1.** 7 puncte; **Problema 2.** 7 puncte; **Problema 3.** a) 2 puncte; b) 2 puncte; c)3 puncte; **Problema 4. a**) 3 puncte; b) 4 puncte.