



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală -20.02.2016
Clasa a VIII-a

Problema 1.

a) Arătați că $x = \left(\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2015}+\sqrt{2016}}\right) \cdot (\sqrt{2016}+1)$ este număr natural.

b) Arătați că $(a^2 + 1) \cdot (b^2 + 1) \geq 2 \cdot (ab - 1) \cdot (a + b)$, oricare ar fi a și b numere naturale.

Problema 2.

a) Determinați numerele naturale x , y , z pentru care

$$x + y + z - 21 = 2\sqrt{x-4} + 4\sqrt{y-9} + 6\sqrt{z-22}.$$

SGM 11/2014

b) Să se afle x și y astfel încât

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4000004} + \sqrt{y^2 - 6y + 265} = 2016.$$

Problema 3.

O cameră în formă de paralelipipedul dreptunghic ABCDA'B'C'D' are dimensiunile AB = 2m, BC = 3 m , AA' = 2,4 m , iar N este mijlocul lui [CC']. În punctele D' , A și N se prinde o prelată care are forma triunghiului D'AN.

a) Să se verifice dacă prelatea reprezintă ΔD'AN dreptunghic.

b) Să se afle distanța de la punctul D' la dreapta de intersecție dintre planul prelatei și planul podelei (ABC).

Problema 4.

În paralelipipedul dreptunghic ABCDA'B'C'D' cu AB = $12\sqrt{3}$ cm, BC = 12 cm ,AA' = 18 cm se consideră pe muchia [A'B'] punctul N , astfel încât A'N = 3·B'N , P ∈ (AA') și M ∈ [BC] triunghiul MNP să fie dreptunghic în N.

a) Demonstrați că PN ⊥ BN.

b) Determinați lungimea AP.

(Gazeta Matematică)

Notă

- Timp de lucru efectiv 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.