



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ ETAPA LOCALĂ – 9 FEBRUARIE 2013

Clasa a V-a

Problema 1. La un concurs intitulat „Matematică distractivă” au participat cei mai buni elevi din oraș. După ce s-au afișat rezultatele, primii trei clasați au fost premiați cu o sumă de bani în valoare de 2100 lei. Algoritmul după care s-a realizat premiarea celor trei elevi a fost de asemenea o metodă „distractivă” și s-a desfășurat astfel: fiecare elev a primit o casetă, acestea fiind notate cu A, B, C iar distribuirea banilor s-a efectuat în felul următor: în caseta A 10 lei, în caseta B 20 lei, în caseta C 30 lei, în caseta B 40 lei, în caseta A 50 lei, în caseta B 60 lei, în caseta C 70 lei și așa mai departe.

- Care este suma de bani pusă în caseta A imediat după ce în ea au fost distribuiți 50 de lei.
- În ce casetă a fost pusă cea mai mare sumă de bani? (justificați răspunsul)

Relu Ciupea, Oltenița

Problema 2. Fie careul format din 2013 linii și 2013 coloane care conține numere distribuite ca în figura alăturată:

- Scrieți elementele liniei L_5 .
- Scrieți suma elementelor liniei L_{25} , ca sumă de două pătrate perfecte.
- Arătați că numărul care se găsește la intersecția coloanei C_{2011} cu linia L_{2013} , nu este pătrat perfect.

| | C_1 | C_2 | C_3 | C_4 | C_5 | ... | C_{2013} | |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|------------|-----|
| L_1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 |
| L_2 | 3 | 5 | 0 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 |
| L_3 | 7 | 9 | 11 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| L_{2013} | | | | | | | | |

Gheorghe Fianu, Perișoru

Problema 3. a) Găsiți două numere prime $p, p > 10$ astfel încât numărul $2^{2013} + 3^{2013} + 5^{2013} + 7^{2013} - p$ să fie divizibil cu 10. (justificați răspunsul)

Florin Marcu, Călărași

b) Ordonați crescător numerele $2^{(3^2)^2}, 5^{(2^4)^2}, 3^{(5^2)^2}$. (justificați răspunsul)

Sorin Furtună, Călărași

c) Dacă $A = 13 + 13^2 + 13^3 + \dots + 13^{2013}$ arătați că numărul $11 \cdot A$ este divizibil cu 2013.

Eugen Predoiu, Călărași

Problema 4. a) În manuscrisul aritmeticii lui Boethius (*învățat, filozof și om de stat din secolul al VI-lea, reprezentant al culturii romane din antichitatea târzie*) este un tabel care conține numere naturale dispuse ca în figura 1.. Din tabelul original au fost șterse numerele din ultima coloană și au fost înlocuite cu a, b, c, d, e și f .

| | | | | | |
|---|---|----|----|-----|-----|
| 1 | 3 | 9 | 27 | 81 | a |
| | 4 | 12 | 36 | 108 | b |
| | | 16 | 48 | 144 | c |
| | | | 64 | 192 | d |
| | | | | 256 | e |
| | | | | | f |

figura 1.

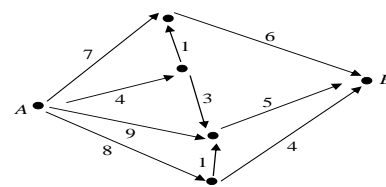


figura 2.

i. Care este numărul $a + f$?

ii. Care este numărul $b + c + d + e$?

b) *Figura 2.* reprezintă o schiță a unei hărți rutiere. Numerele scrise pe săgeți indică taxa (în euro) care trebuie plătită de conducătorul autoturismului care parcurge drumul respectiv. Toate drumurile sunt într-o direcție (sunt cu sens unic), așa cum este indicat de săgeți. Determinați cea mai mică sumă care poate fi plătită de conducătorul unui autoturism pentru a ajunge din orașul A în orașul B?

Viorica Stoianovici, Călărași

SUCCEȘ!

Baremul de notare este: **Problema 1.** a) 2 puncte; b) 5 puncte; **Problema 2.** a) 3 puncte; b) 2 puncte; c) 2 puncte; **Problema 3.** a) 2 puncte; b) 2 puncte; c) 3 puncte; **Problema 4.** a) 6 puncte; b) 1 puncte.

Clasa a V-a

Problema 1.

| A | B | C |
|----|-----|-----|
| 10 | 20 | 30 |
| | 40 | |
| 50 | 60 | 70 |
| | 80 | |
| 90 | 100 | 110 |
| | „ | |
| | „„ | |
| | 200 | |

- a) Dupa 50 lei, in A 90 lei3p
 b) $10 + 20 + 30 + \dots + n \cdot 10 = 2100$ rezulta $n = 20$ 1p
 In B : $20 + 40 + 60 + \dots + 200 = 1100$ 2p
 $S_B > S_A, S_B > S_C$ 1p

Problema 2

- a) 1
 3,5
 7,9,11
 13,15,17,19
 21,23,25,27,29.....3p
- b) $L_n : n(n-1)+1$,(n elemente)
 $S_{25} = 601 + 603 + \dots + 649 = 600 \cdot 25 + 25^2 = 75^2 + 100^2$ 2p
- c) $a_{2013, 2011} = 2013 \cdot 2012 + 4021 = \dots 7$1p
 $U(k^2) \in \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$ deci nr nu este pp.....1p

Problema 3

- a) $U(2^{2013}) = 2$, $U(3^{2013}) = 3$, $U(5^{2013}) = 5$, $U(7^{2013}) = 7$ 1p
 $\Rightarrow U(p) = 7 \Rightarrow p = 17$ sau $p = 37$ 1p
- b) $5^{256} = 25^{128} < 27^{208} = 3^{624} < 3^{625}$ 1p
 Ordinea este : $2^{81}, 5^{256}, 3^{625}$ 1p
- c) $2013 = 3 \cdot 11 \cdot 61$ 1p
 $13 + 13^2 + 13^3 = 13 \cdot 3 \cdot 61$, grupam termenii cate 31p
 deci 11 A se divide cu 2013.....1p

Problema 4

a) $a = 243$, $f = 1024$, $a + f = 1267$ 2p

$b = 324$, $c = 432$, $d = 576$, $e = 768$ 3p

suma 21001p

b) Suma minima = $4 + 1 + 6 = 11$ (euro).....1p