OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală-20.02.2016

Clasa a VI-a

1) Aflați cel mai mic număr natural care, împărțit la 24, 36 și 72 dă același rest 11 și câturi diferite de zero.

2) Arătați că numărul $b=\frac{1}{12}\cdot(x+6y+6y^2)$ este natural dacă y si $\frac{x}{12}$ sunt numere naturale.

(Supliment Gazeta matematică decembrie 2015)

3) Unghiurile ∢AOB și ∢BOC sunt adiacente suplementare și au raportul măsurilor egal cu $\frac{1}{3}$. Daca (OD este semidreaptă interioară unghiului ∢BOC și ∢BOD este unghi drept, atunci:

a) Calculați m(∢AOB) și m(∢BOC)

b) Arătați că : ∢AOB ≡ ∢COD

4) Fie B un punct situat în interiorul segmentului [AC] și M mijlocul segmentului [AC]. Știind că AB= p , BC= q, unde p și q sunt numere prime astfel încât p < q, iar BM =4,5 cm, calculați lungimea segmentului AC.

Subiectele au fost propuse de:
Profesor Dorneanu Angela – Liceul Teoretic "Emil Botta "- Adjud
Profesor Fănel Lipan - Școala Gimnazială "Al. Vlahuță" - Focșani

NOTĂ: **Timp de lucru 2 ore.**
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală-20.02.2016

Clasa a VI-a

Barem de corectare şi notare

1) $D = I \cdot C + R, R < I$ 1p

$n = 24 \cdot c_1 + 11 = 36 \cdot c_2 + 11 = 72 \cdot c_3 + 11$, $c_1 \neq 0, c_2 \neq 0, c_3 \neq 0$ 2p

$n - 11 = 24 \cdot c_1 = 36 \cdot c_2 = 72 \cdot c_3$ 1p

Deci n-11 este multiplu comun al lui 24, 36, 72, adică n-11 este multiplu nenul de [24,36,72]=72...1p

n-11 $\in \{72, 144, 216, ...\}$, n$\in \{83, 155, 227, ...\}$...1p

Cel mai mic număr care indeplinește condițiile este 83..1p

2) $b = \frac{x}{12} + \frac{6y + 6y^2}{12}$ 1p

$b = \frac{x}{12} + \frac{6 \cdot y \cdot (1 + y)}{12}$,..2p

$b = \frac{x}{12} + \frac{y \cdot (y + 1)}{2}$ 1p

Numerele y si y+1 sunt numere consecutive, deci produsul lor este par............................ 1p

$\frac{y(y+1)}{2} \in \mathbb{N}$ 1p

Deci b este natural daca $\frac{x}{12}$ este natural...1p

3) a) Notam x= m($\sphericalangle$ AOB) si y=m($\sphericalangle$ BOC). Deci $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ y=3x..............................2p

Deoarece unghiurile sunt adiacente suplementare$\Rightarrow$x+y=180° 1p

Prin inlocuire x+3x=180° $\Rightarrow$x=45° si y=135° 1p

b) m($\sphericalangle$ COD)= m(($\sphericalangle$ BOC)-m(($\sphericalangle$ BOD)=135° -90° =45° 2p
deci unghiurile AOB și COD sunt congruente..1p

4) CM=$\frac{AC}{2}=\frac{p+q}{2}$ 2p

$\Rightarrow$BM=BC-CM=$q-\frac{p+q}{2}=\frac{2q-(p+q)}{2}=\frac{q-p}{2}$ 2p

Deci $\frac{q-p}{2}=4,5$ 1p

$\Rightarrow$q-p=9, dar p si q sunt numere prime$\Rightarrow$q=11,p=2 ....1p

AC=13 cm..1p

NOTĂ. Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.