



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală -20.02.2016
Clasa a IX-a M₂

Problema 1

Rezolvați sistemul :
$$\begin{cases} 2|x - y| + 3|x + 1| = 7 \\ 3|x - y| + 2|x + 1| = 8 \end{cases}$$

Problema 2

a) Demonstrați că numerele $\sqrt{5}, \sqrt{13}, \sqrt{21}$ nu pot fi termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.

b) Să se determine progresia aritmetică, cu proprietatea că suma primilor n termeni ai săi este dată de formula : $S_n = 5n^2 + 6n$.

Problema 3

a) Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției : ” Numărul $n^2 + n + 41$ este prim pentru $(\forall)n \in \mathbb{N}^*$ ”.
Justificați răspunsul.

b) Demonstrați prin inducție matematică următoarea egalitate :

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, (\forall)n \in \mathbb{N}^*.$$

.

Problema 4

Se consideră paralelogramul ABCD și punctele E și F astfel încat $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{FE}$.

Să se demonstreze că punctele A, F și C sunt coliniare.

Notă

- Timp de lucru efectiv 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.