Olimpiada de matematică
Faza locală 26.02.2016
Clasa a VII-a

SUBIECTUL I

a) Calculaţi media aritmetică a numerelor :

$A = (-1)^0 \cdot 1 + (-1)^1 \cdot 2 + (-1)^2 \cdot 3 + \ldots + (-1)^{2013}\, 2014 + (-1)^{2014}\, 2015$

$B = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{10} + 1$

(Supliment G.M. nr.10/2014)

b) Fie x, y și z numere reale, astfel încât

$\sqrt{(x-4\sqrt{2})^2} + \sqrt{(y-\sqrt{21})^2} + \sqrt{(z-\sqrt{3})^2} \le 0.$

Calculați $A = x^2 \cdot y^2 \cdot z^2$

SUBIECTUL II

Calculaţi :

a) $a = \left[(5+2\sqrt{6})^{2016} + \frac{1}{(5-2\sqrt{6})^{2016}}\right] \frac{(15-6\sqrt{6})^{2016}}{3^{2016}}$

b) Aflaţi $n \in N$,astfel încât :

$$\sqrt{\frac{1}{1\cdot 8} + \frac{1}{2\cdot 12} + \ldots + \frac{1}{n(4n+4)}} = \frac{3\sqrt{10}}{19}.$$

SUBIECTUL III

Paralela la bazele unui trapez dusă prin punctul N de intersecție a diagonalelor, intersectează laturile neparalele în M și P.

a) Să se arate că $[MN] \equiv [NP]$

b) Calculați lungimea segmentului MN, în funcție de bazele trapezului

SUBIECTUL IV

În triunghiul ABC isoscel, cu $[AB] \equiv [AC]$ şi $m(\sphericalangle BAC) = 120^0$, fie Mşi N mijloacele laturilor[AC] şi respectiv [BC].Fie $MP \perp BC$, $P \in (BC)$ şi $MP \cap AB = \{Q\}$.Demonstraţi că AQMN este romb.

Notă.

Toate problemele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.