INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN VRANCEA

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ

## "ADOLF HAIMOVICI"

## Etapa locală - 14.02.2015

## Filiera tehnologică, profil servicii, resurse naturale și protecția mediului

## CLASA A XI-A

**1.** Se consideră matricea $A \in M_2(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

**a)** Să se demonstreze că $\det(A - xI_2) = x^2 - (a+d)x + ad - bc$, pentru orice număr real x.

**b)** Dacă $A^2 = O_2$, să se demonstreze că $a + d = 0$.

**c)** Știind că $A^2 = O_2$, să se calculeze $\det(A + 2015I_2)$.

**2.** Să se calculeze: a) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{2x^2 + 5x + 2}{(x^2 - 4)^3}$; b) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{4^{x - \frac{5}{2}} - 2}{\sin(9 - 3x)}$; c) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\ln(2e^{3x} + 2014)}{\ln(3e^{2x} + 2015)}$.

**3.** **a)** Considerăm funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln\left(\dfrac{1+x}{x-3}\right)$. Determinați ecuațiile asimptotelor verticale la graficul funcției.

**b)** Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} + ax + b$. Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care graficul funcției admite asimptotă orizontală la $+\infty$ de ecuație $y = 2$.

**4.** Se consideră mulțimea M formată din toate matricele cu 2 linii și 2 coloane și care au toate elementele din mulțimea $\{0, 1, 2\}$, iar elementul de la intersecția dintre linia 1 și coloana 1 este diferit de 0.

**a)** Să se gasească o matrice $A \in M$ pentru care $\det(A) = 0$ și o matrice $B \in M$ pentru care $\det(B) \neq 0$.

**b)** Să se arate că , dacă $X \in M$ , atunci $-4 \leq \det(X) \leq 4$.

**c)** Să se determine numărul elementelor mulțimii M.

**NOTĂ:** Timp de lucru: 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.