

Inspectoratul Școlar Județean Mehedinți

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-16 FEBRUARIE 2013
Clasa a VI-a**

SUBIECTUL I

Determinați toate numerele de forma \overline{abc} care au cifrele numere prime și verifică relația:

$$\frac{3a+2b}{6} = \frac{3b+c}{7} = \frac{a+4c}{11}.$$

SUBIECTUL II

Fie $a, b, c \in \mathbf{N}^*$ astfel încât $\frac{a}{2013a+3} = \frac{b}{2013b+5} = \frac{c}{2013c+7}$. Determinați a, b, c știind că $a^2 + b^2 + c^2$ divide pe 747.

SUBIECTUL III

Considerăm 2013 puncte distincte și coliniare $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2013}$ astfel încât $A_1A_2 = 1 \text{ cm}$ și A_2 este mijlocul segmentului $[A_1A_3]$, A_3 este mijlocul segmentului $[A_2A_4]$, A_4 este mijlocul segmentului $[A_3A_5]$, \dots , A_{2012} este mijlocul segmentului $[A_{2011}A_{2013}]$.

- Calculați lungimea segmentului $[A_1A_{2013}]$.
- Calculați lungimea segmentului $[P_1P_2]$, unde P_1 este mijlocul segmentului $[A_3A_4]$, iar P_2 este mijlocul segmentului $[A_{2010}A_{2011}]$.

SUBIECTUL IV

Fie unghiurile adiacente suplementare $\hat{A}OB$ și $\hat{B}OD$, iar punctul $C \in \text{int}(\hat{B}OD)$. Știind că $\hat{A}OB$, $\hat{B}OC$, $\hat{C}OD$ sunt unghiuri ascuțite și au măsurile reprezentate prin numere naturale, iar cel mai mic dintre unghiuri este un sfert din cel mai mare unghi, aflați măsurile unghiurilor $\hat{A}OB$, $\hat{B}OC$, $\hat{C}OD$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 2 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.

OLIMPIADA DE MATEMATICA - ETAPA LOCALA
16.02.2013

BAREMI DE NOTARE SI EVALUARE - CLASA a VII a

Subiectul II

Relatia se scrie sub forma: $\frac{2013a+3}{a} = \frac{2013b+5}{b} = \frac{2013c+7}{c}$ (1p)

$\Leftrightarrow 2013 + \frac{3}{a} = 2013 + \frac{5}{b} = 2013 + \frac{7}{c} \Rightarrow \frac{3}{a} = \frac{5}{b} = \frac{7}{c} = k$ (1p)

$\Rightarrow a=3k, b=5k, c=7k \Rightarrow a^2+b^2+c^2=9k^2+25k^2+49k^2=83k^2$ (1p). Din $83k^2/747 \Rightarrow \exists p \in \mathbb{N}$ a.c. $747=83k^2 \cdot p$ (1p)

$\Rightarrow k^2 \cdot p = 9 \Rightarrow k^2 \in \{1, 9\} \Rightarrow k \in \{1, 3\}$ (1p)

Daca $k=1 \Rightarrow a=3, b=5, c=7$, iar daca $k=3 \Rightarrow a=9, b=15, c=21$ (1p)

$c=21$ (1p)

Subiectul I

$\frac{3a+2b}{6} = \frac{3b+c}{7} = \frac{a+4c}{11} = k \Rightarrow \frac{3a+2b}{6} = k \Rightarrow 3a+2b=6k$

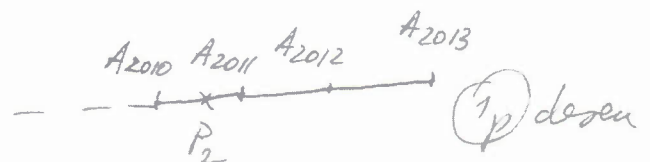
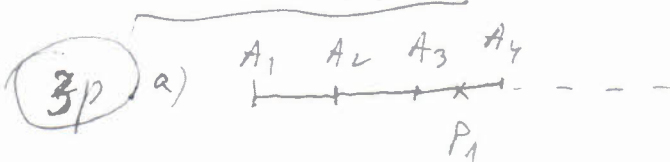
$\Rightarrow 3a = \text{nr. par}$ (2p) $\Rightarrow a = \text{nr. par}$ si $a = \text{nr. impar} \Rightarrow a=2$ (1p)

$\Rightarrow \frac{6+2b}{6} = \frac{3b+c}{7} = \frac{2+4c}{11} \Leftrightarrow \frac{3+b}{3} = \frac{3b+c}{7} = \frac{2+4c}{11}$ (1p)

Din $\frac{3+b}{3} = \frac{3b+c}{7} \Rightarrow 2b+3c=21$ (1p) $\Rightarrow b=3, c=5$ (1p)

$\Rightarrow abc = 235$ (1p)

Subiectul III



$$[A_1 A_2] = [A_2 A_3] = [A_3 A_4] = \dots = [A_{2012} A_{2013}] = 1 \text{ cm} \quad (1p)$$

$$\Rightarrow A_1 A_{2013} = \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_{2012} = 2012 \text{ cm} \quad (1p)$$

b) $A_4 A_{2010} = 2009 - 3 = 2006 \quad (1p)$

$$P_1 P_2 = P_1 A_4 + A_4 A_{2010} + A_{2010} P_2 \quad (1p)$$

$$A_4 P_1 = A_{2010} P_2 = \frac{1}{2} \text{ cm} \quad (1p)$$

$$\Rightarrow P_1 P_2 = 2006 + 1 = 2007 \text{ cm} \quad (1p)$$

Subiectul IV

Notând cu x măsura celui mai mic unghi, măsurile celor trei unghiuri din ordine crescătoare sunt: x ; $180^\circ - 5x$; $4x \quad (1p)$

$$\text{Cum } 180^\circ - 5x < 90^\circ \text{ și } 4x < 90^\circ \Rightarrow x > 18^\circ \text{ și } x < 22^\circ 30' \quad (1p)$$

$$\text{Dar } x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{19^\circ, 20^\circ, 21^\circ, 22^\circ\} \quad (1p)$$

- Cazul I: $x = 19^\circ \Rightarrow 180^\circ - 5x = 85^\circ$ și $4x = 76^\circ$, care nu convine deoarece $4x$ nu mai este cel mai mare unghi $(1p)$

- Cazul II: $x = 20^\circ \Rightarrow 180^\circ - 5x = 80^\circ$ și $4x = 80^\circ$, nu convine $(1p)$

- Cazul III: $x = 21^\circ \Rightarrow 180^\circ - 5x = 75^\circ$ și $4x = 84^\circ$, convine $(1p)$

- Cazul IV: $x = 22^\circ \Rightarrow 180^\circ - 5x = 70^\circ$ și $4x = 88^\circ$, convine $(1p)$

NOTĂ: Orice altă soluție corectă diferită de cea dată boarem se punctează corespunzător