S.S.M.R - FILIALA MUREȘ
Olimpiada de matematică
Faza locală 26.02.2016
Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

a) Dacă $a^2+b^2-2a\sqrt{2}-2b\sqrt{3}+5=0$, să se arate că $\left(\frac{2}{a}+\frac{3}{b}\right)(b-a)=1$.

b) Să se rezolve în mulțimea numerelor raționale ecuația:

$$x-1+\frac{x-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}+\frac{x-\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}}+\ldots+\frac{x-\frac{1}{2015}}{\frac{1}{2015}}=2016.$$

SUBIECTUL II

Să se arate că: a) $\sqrt{\frac{2n^2+2n+1}{2}}>n+\frac{1}{2}$, $n\in\mathbb{N}^*$

b) $\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{\frac{13}{2}}+\sqrt{\frac{25}{2}}+\ldots+\sqrt{\frac{2n^2+2n+1}{2}}>\frac{n(n+2)}{2}$

SUBIECTUL III

Se proiectează un punct M exterior planului unui triunghi pe laturile acestuia AB, BC, CA în punctele F, D, si E unde $F\in AB, D\in BC, E\in CA$

a) Să se arate ca $AF^2+BD^2+CE^2=AE^2+BF^2+CD^2$

b) Dacă punctul M este egal depărtat de laturile triunghiului, atunci $AC\perp BM$ dacă şi numai dacă $[AB]\equiv[BC]$

SUBIECTUL IV

În cubul $ABCDA'B'C'D'$ AB=4 cm. Fie M mijlocul laturii $[AB]$ și $(MC'D)\cap BB'=\{N\}$.

a) Demonstrați că $AB'\parallel(MC'D)$.

b) Să se determine poziția punctuluiN.

c) Determinați aria patrulaterului $MNC'D$.

Notă.
Toate problemele sunt obligatorii.
Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.