

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 15.02.2015 –

CLASA A VII-A

Subiecte

1. Se consideră numerele $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \in \mathbb{Z}^*$ cu proprietatea că, din oricare patru numere, putem alege două numere cu suma egală cu zero.

- Dați exemplu de o mulțime de șase numere care verifică proprietatea dată.
- Determinați valoarea maximă a lui n .

Prof. Petre și Cătălin Năchilă, Ploiești

2. Fie numerele naturale nenule x, y cu proprietatea că $\frac{3xy}{13x+1} = y^2 - 2015$.

- Demonstrați că $0 < \frac{y^2 - 2015}{y} < 1$.
- Determinați valorile x, y pentru care este verificată relația din enunț.

Prof. Gheorghe Achim, Mizil

3. Fie dreptunghiul $ABCD$. Pe laturile $[BC]$ și $[DC]$ construim, în exteriorul dreptunghiului, triunghiurile echilaterale BCE și DCF . Demonstrați că :

- $FC \perp BE$.
- $RC \perp EF$, unde $\{R\} = EB \cap DF$.

Prof. Ion Bilciurescu, Boldești-Scăeni

4. În $\triangle ABC$, M și N sunt mijloacele laturilor (AC) respectiv (BC) , iar $E \in (NC)$ astfel încât $m(\angle BAC) = 2m(\angle NME)$. Dacă $BE = 4 \cdot NE$ atunci $AC = 2 \cdot AB$

Prof. Silvia și Ionel Brabeceanu

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore