



## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 24 februarie 2024  
Clasa a XI-a

## SUBIECTUL I

Să se determine matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$  pentru care

$$X^3 - 2X = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 10 & 4 \end{pmatrix}$$

## SUBIECTUL II

Fie  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

- Arătați că există numerele  $a, b \in \mathbb{R}$  astfel încât  $C = aA + bB$ .
- Arătați că pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$  există  $a_n, b_n \in \mathbb{R}$  cu proprietatea că  $C^n = a_n A + b_n B$  și determinați  $a_n, b_n, n \in \mathbb{N}^*$ .

(S.G.M. nr. 10/2023) S:L23.261

## SUBIECTUL III

Să se calculeze: a)  $\frac{1}{2n^2-2n+1} - \frac{1}{2n^2+2n+1}$ ;

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4}{5} + \frac{8}{65} + \frac{12}{325} + \dots + \frac{4n}{4n^4+1} \right)$ .

## SUBIECTUL IV

Determinați numerele reale  $a > 0$  și  $b$  pentru care  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - x)^{\frac{bx^2+x}{x+1}} = e$ 

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii

Durata probei scrise este de 3 ore

Fiecare subiect se punctează cu maxim 7 puncte