MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 09.02.2013

Barem
Clasa a 12-a

1.	a) Verifică axiomele grupului	3p
	b) Determină pe a din condițiile de izomorfism	2p
	c) E = $\frac{n-1}{3n+1}$	2p
2.	a) $I=\int \frac{\sin x}{\sin x+\cos x}dx$, $J=\int \frac{\cos x}{\sin x+\cos x}dx$	1p
	Calculează I+J și I-J și determină I și J	1p
	b) Face substituția cox = t și ajunge la integrala $\int \frac{1}{1-t^2}dt$	1p
	Finalizează	1p
	c) Demonstrează că f nu are proprietatea lui Darboux	1p
	Finalizează	1p
3.	a) Demonstrează relațiile $f(e)=e'$ și $f(x')=(f(x))'$	3p
	b) Demonstrează că Imf este subgrup	2p
	c) Demonstrează că Kerf este subgrup	2p
4.	a)Explicitează partea întreagă și scrie funcția pe ramuri	1p
	Justifică integrabilitatea funcției pe [0,1]	1p
	Utilizează teorema de aditivitate şi calculează integrala	1p
	b)Calculul integralei	2p
	c)Aplică metoda integrării prin părți pentru	
	$f(x)=\frac{x}{1-x\ln x}$, $g'(x)=e^{-x}(1-x\ln x)$	1p
	Finalizează	1p

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 09.02.2013

SUBIECTE - clasa a XII-a:

1.	Se consideră mulţimea $G=(-1;1)$. Pentru orice $x,y\in G$ definim $x*y=\dfrac{x+y}{1+xy}$. a) Arătaţi că $(G,*)$ este o structură algebrică de grup abelian. b) Determinaţi numărul real a dacă există un izomorfism de la grupul $(G,*)$ la grupul $(R_{+}^{*},+)$ de forma $f(x)=\dfrac{a-x}{a+x}$. c) Pentru orice n număr natural, $n\geq 2$, calculați valoarea expresiei $E(n)=\dfrac{1}{7}*\dfrac{1}{17}*\dfrac{1}{31}*...*\dfrac{1}{2n^2-1}$.
2.	a) Calculați $\int\dfrac{\sin x}{\sin x+\cos x}dx$, $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$. b) Calculați $\int\dfrac{1}{\sin x}dx$, $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$. c) Studiați dacă $f:R\to R$, $f(x)=\begin{cases}\cos x & \text{daca } x\in Q\\ \dfrac{1}{x} & \text{daca } x\in R-Q\end{cases}$ admite primitive pe R.
3.	Fie $f:G\to G'$ un morfism între grupurile $(G,\circ)$ și $(G',*)$. Arătați că: a) $f(e)=e'$, e și e' reprezintă elementul neutru din grupul $(G,\circ)$ și respectiv $(G',*)$. $f(x')=(f(x))'$, x' și $(f(x))'$ reprezintă simetricul elementului x respectiv f(x) . b) Imf = $\{y\in G' \mid y=f(x), x\in G\}$ este subgrup al lui G'. c) Kerf = $\{x\in G \mid f(x)=e'\}$ este subgrup al lui G.
4.	a) Fie funcţia $f:[0,1]\to R, f(x)=\dfrac{1+[x]}{1+x+[3x]}$, unde prin $[\alpha]$ înţelegem partea întreagă a numărului real α. Demonstraţi că funcţia este integrabilă pe [0,1] şi calculaţi integrala definită pe acest interval. b) Calculați $\int\dfrac{1}{x(1+x^n)}dx$, $x>0,\ n\in N^*$. c) Calculați $\int\dfrac{(1+x)\ln x\cdot e^{-x}}{(1-x\ln x)^2}dx$, $x>e$.

NOTĂ:
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 puncte.

succes!

prof.Zeno Blajovan, inspector de specialitate - I.S.J. Timiş