

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 21 FEBRUARIE 2016

Clasa a V-a

Problema 1. Un număr natural se numește *util* dacă este pătrat perfect, cub perfect sau dacă este egal cu produsul dintre un număr care este pătrat perfect și un număr care este cub perfect (de exemplu numerele $4 = 2^2$, $27 = 3^3$ și $72 = 2^3 \cdot 3^2$ sunt numere *utile*).

- Găsește două numere *utile* cu proprietatea că diferența lor este egală cu 1.
- Găsește două numere *utile* cu proprietatea că diferența lor este egală cu 3.
- Demonstrează că oricare ar fi numărul *util* a există două numere *utile* b și c cu proprietatea $b - c = a$.

Problema 2. Un număr de 2465 de elevi din clasa a V - a din județul Călărași au completat un chestionar în care trebuiau să indice, în perspectiva evaluării naționale din clasa a VI - a, testul la care au nevoie de pregătire suplimentară, Matematică și Științe ale naturii sau/și Limbă și comunicare - Limba străină. La centralizarea rezultatelor s-a constatat că pentru Matematică și Științe ale naturii au fost 1528 de opțiuni, pentru Limbă și comunicare - Limba străină 1305 și 567 dintre elevii chestionați nu au indicat niciun test. Determină numărul elevilor care au indicat că au nevoie de pregătire la ambele teste.

Problema 3. Determină mulțimea A care este inclusă în \mathbb{N}^* și îndeplinește simultan condițiile:

- elementele mulțimii A sunt numere mai mici decât 13;
- dacă $x \in A$, atunci $x + 5 \in A$ sau $x : 3 \in A$. ($x : 3$ reprezintă „ x împărțit la 3”)

Problema 4. Dacă un număr natural îndeplinește simultan condițiile:

- nu conține cifre egale;
 - prima și ultima cifră este număr prim sau pătrat perfect;
 - numărul format din oricare două cifre consecutive este număr prim sau pătrat perfect.
- atunci o să numim numărul *olimpic*. De exemplu numerele 79 (7, 79 sunt numere prime, $9 = 3^2$), 413 ($4 = 2^2$, 41, 13, 3 sunt numere prime), 2531 (2 este număr prim, $25 = 5^2$, 53, 31 sunt numere prime, $1 = 1^2$), 37164 (3, 37, 71 sunt numere prime, 16, 64, 4 sunt pătrate perfecte) sunt numere *olimpice*.
- Găsește cel mai mic număr *olimpic* de două cifre.
 - Găsește cel mai mare număr *olimpic* de cinci cifre.
 - Demonstrează că cel mai mare număr *olimpic* are opt cifre.

SUCCESE!

Problemele au fost propuse de prof. Gheorghe Stoianovici

Baremul de notare este: Problema 1. a) 2 puncte; b) 2 puncte; c) 3 puncte; **Problema 2.** 7 puncte; **Problema 3.** 7 puncte; **Problema 4.** a) 2 puncte; b) 2 puncte; c) 3 puncte.