MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 15.02.2014
CLASA a VI-a

SUBIECTUL I

Se consideră numerele naturale a și b, astfel încât $7a+3b=972$.

a) Arătați că $21a+9b$ este pătrat perfect.

b) Dacă a este număr prim, stabiliți dacă b este număr prim.

c) Dacă cel mai mare divizor comun al numerelor a și b este 12, atunci aflați a și b.

Liviu Ion Vlădescu, Râmnicu Vâlcea

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

a) $7a+3b=972 \Rightarrow 21a+9b=2916$ ....$0,5p$

$21a+9b=54^2$ ....$0,5p$

b) $\left.\begin{array}{l} 7a+3b=972 \\ (\forall)b\in\mathbb{N}\Rightarrow 3b\,\vdots\,3 \\ 972\,\vdots\,3 \end{array}\right\}\Rightarrow 7a\,\vdots\,3$ ....$0,5p$

$\left.\begin{array}{l} 7a\,\vdots\,3 \\ (7;3)=1 \end{array}\right\}\Rightarrow a\,\vdots\,3$ ....$0,5p$

$\left.\begin{array}{l} a\,\vdots\,3 \\ a \text{ este prim} \end{array}\right\}\Rightarrow a=3$ ....$0,5p$

$\left.\begin{array}{l} 7a+3b=972 \\ a=3 \end{array}\right\}\Rightarrow b=317,\ e\ prim$ ....$0,5p$

c) $(a;b)=12\Rightarrow(\exists)x,y\in\mathbb{N}^*, cu\,(x;y)=1$, astefel încât

$a=12x$ și $b=12y$. ....$0,5p$

$7\cdot 12x+3\cdot 12y=972\Rightarrow 7x+3y=81$ ....$0,5p$

Arată că $x\,\vdots\,3$ ....$0,5p$

$\left.\begin{array}{l} 7x+3y=81 \\ 3y\geq 0 \end{array}\right\}\Rightarrow 7x\leq 81\Rightarrow x\leq 11\frac{4}{7}$ ....$0,5p$

$\left.\begin{array}{l} x\leq 11\frac{4}{7} \\ x\in\mathbb{N}^* \\ x\,\vdots\,3 \end{array}\right\}\Rightarrow x\in\{3;6;9\}$ ....$0,5p$

Convin $a=36; b=240$ și $a=72; b=156$. ....$1p$

$x=9; y=6$ nu convine, pentru că $(x;y)=3$. ....$0,5p$

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 15.02.2014
CLASA a VI-a

SUBIECTUL al II-lea

Fie $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC, \sphericalangle COD, \sphericalangle DOE, \sphericalangle EOF$ şi $\sphericalangle FOA$ unghiuri în jurul punctului O, astfel încât : $m(\sphericalangle AOB) = n^\circ$; $m(\sphericalangle BOC) = (n+k)^\circ$; $m(\sphericalangle COD) = (n+2k)^\circ$; $m(\sphericalangle DOE) = (n+3k)^\circ$; $m(\sphericalangle EOF) = (n+4k)^\circ$; $m(\sphericalangle FOA) = (n+5k)^\circ$, *unde* $k, n \in \mathbb{N}^*$, *cu* $k < n$.

a) Calculaţi $m(\sphericalangle BOF)$.

b) Arătaţi că $[OC$ nu poate fi bisectoarea unghiului AOD.

c) Determinaţi n şi k, ştiind că $m(\sphericalangle BOE) = 171^\circ$.

Gheorghe Radu, Râmnicu Vâlcea

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

a) $n + (n+k) + (n+2k) + (n+3k) + (n+4k) + (n+5k) = 360^0$

$6n + 15k = 360^0$ ……………………………………………………………1p

$2n + 5k = 120^0 = m(\sphericalangle FOB)$ ………………………………………………………1p

b) Dacă [OC ar fi bisectoarea unghiului AOD, atunci $m(\sphericalangle AOC) = m(\sphericalangle COD) \leftrightarrow$

$2n + k = n + 2k \leftrightarrow n = k$ ……………………………………………………………1p

contrar ipotezei $k < n$ ………………1p

c) $m(\sphericalangle FOC) = 171^0 \leftrightarrow 3n + 6k = 171^0 \leftrightarrow n + 2k = 57^0$………………………………1p

$\leftrightarrow 2n + 4k = 114^0$. Cum $2n + 5k = 120^0$, făcând diferenţa, se află k = 6 şi n = 45………2p

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
15.02.2014
CLASA a VI-a

SUBIECTUL al III-lea

Se consideră un triunghi ABD ascuțitunghic. Fie E simetricul punctului D față de B și $[BC$ semidreaptă opusă cu $[BA$, astfel încât $BC = 2 \cdot AB$. În semiplanul opus cu $(AC, E$ se ia un punct F, astfel încât $\sphericalangle ABD \equiv \sphericalangle BCF$ și $[BD] \equiv [CF]$. Știind că O este mijlocul segmentului $[BC]$, să se arate că:

a) $[AD] \equiv [EO]$; ***b)*** $\triangle DAO \equiv \triangle EOA$; ***c)*** E, O, F sunt coliniare.

Gheorghe Ciucă, Râmnicu Vâlcea

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

a) $[DB] \equiv [BE]$ ....$0{,}5p$

$\sphericalangle ABD \equiv \sphericalangle OBE$ ....$0{,}5p$

$[AB] \equiv [BO]$ ....$0{,}5p$

$\triangle ABD \equiv \triangle OBE (L.U.L.)$ ....$0{,}5p$

$[AD] \equiv [EO]$ ....$0{,}5p$

b) $\sphericalangle DAB \equiv \sphericalangle EOA$ ....$0{,}5p$

$\triangle DAO \equiv \triangle EOA (L.U.L.)$ ....$1p$

c) $[EB] \equiv [FC]$ ....$0{,}5p$

$\sphericalangle OBE \equiv \sphericalangle OCF$ ....$0{,}5p$

$[OB] \equiv [OC]$ ....$0{,}5p$

$\triangle OBE \equiv \triangle OCF (L.U.L.)$ ....$0{,}5p$

$\sphericalangle BOE \equiv \sphericalangle COF$ ....$0{,}5p$

$$\left.\begin{array}{l} \sphericalangle BOE \equiv \sphericalangle COF \\ \overline{B, O, C} \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{E, O, F}.$$ ....$0{,}5p$

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
15.02.2014
CLASA a VI-a

SUBIECTUL al IV-lea

Trei elevi, Moișanu, Niculescu și Popescu, având prenumele Alex, Barbu și Costel, au participat la un concurs de matematică, unde au primit câte 15 probleme. **La final, Moișanu a avut cel mai mic număr de probleme rezolvate corect.** Barbu și Costel au rezolvat împreună cu 12 probleme mai mult decât Alex, Alex și Costel au rezolvat împreună cu 4 probleme mai mult decât Barbu. Aflați care sunt numele complete ale celor trei copii și câte probleme a rezolvat fiecare, știind că numărul problemelor rezolvate de Niculescu este trei șeptimi din suma numerelor problemelor rezolvate de ceilalți doi.

Adrian Zanoschi, Iași, G.M.

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Fie $m,n,p,$ respectiv, $a,b,c \in \mathbb{N}^*$ numărul problemelor rezolvate corect.

$a+b+c=m+n+p$

$\left.\begin{array}{l} b+c=a+12 \\ a+c=b+4 \end{array}\right\} \Rightarrow 2c=16 \Rightarrow c=8.$ ....1 p

$a+4=b$ ....0,5 p

$n=\frac{3}{7}\ din\ (m+p) \Rightarrow 7n=3(m+p)$ ....0,5 p

$\left.\begin{array}{l} 7n \vdots 3 \\ (7;3)=1 \end{array}\right\} \Rightarrow n \vdots 3$ ....0,5 p

$\left.\begin{array}{l} n \vdots 3 \\ c=8 \end{array}\right\} \Rightarrow$ Pe Niculescu nu-l cheamă Costel ....0,5 p

Cazul I: Popescu Costel $p=c=8$

$7n=3(m+p) \Rightarrow 7n=3(m+1)+21.$ Arată $\left.\begin{array}{l} (m+1) \vdots 7 \\ m+1 \le 16 \end{array}\right\} \Rightarrow m \in \{6;13\}$ ....1 p

$m=n=6$ nu convine pentru că $n>m$; ....0,5 p

$m=13; n=9$ nu convine pentru că $n>m.$ ....0,5 p

Cazul II: Moișanu Costel $m=c=8$

$7n=3(8+p) \Rightarrow 7n=3(p+1)+21.$ **Arată că** $(p+1) \vdots 7$ ....0,5 p

Arată **că:** $\left.\begin{array}{l} (p+1) \vdots 7 \\ p+1 \le 16 \\ m=8<p \end{array}\right\} \Rightarrow p=13$ ....1 p

$p=13; n=9; a+4=b \rightarrow$ **Popescu Barbu, respectiv, Niculescu Alex** ....0,5 p