OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
30 IANUARIE 2016

CLASA a VII-a

Subiectul 1. Determinaţi numerele naturale $\overline{ab}$ care verifică relaţia $\sqrt{a+\sqrt{\overline{ab}}}=a$.

Subiectul 2. Se dau numerele $a=\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{2}{3\cdot 5}+\frac{3}{5\cdot 8}+...+\frac{20}{192\cdot 212}$ şi $b=1+6+11+16+...+2016$. Arătaţi că $\sqrt{212\cdot a+\frac{b}{2017}-1}\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$.

Subiectul 3. În triunghiul ABC, dreptunghic în A, AD este înălţime cu D∈BC, iar E∈(DC) astfel încât $\sphericalangle CAE\equiv\sphericalangle DAE$. Perpendiculara în E pe BC intersectează (AC) în F, iar paralela prin E la AC intersectează AD în G. Să se arate că:

a. AGEF este romb;
b. $DG\cdot AC=AD\cdot AG$.

Subiectul 4. Fie ABCD un pătrat și punctele E∈(BC), F∈(CD) astfel încât $[BE]\equiv[CF]$. Dacă $AC\cap BF=\{G\}$ și $AE\cap BD=\{H\}$ să se arate că:

a. $AE\perp BF$
b. $GH\perp AB$

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru: 3 ore

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
30 IANUARIE 2016

CLASA a VII-a
Bareme

Subiectul 1.

	$\sqrt{a+\sqrt{\overline{ab}}}=a \Leftrightarrow \sqrt{\overline{ab}}=a^2-a$	**1p**
	a^2-a este număr natural $\Rightarrow \overline{ab}$ este pătrat perfect	**2p**
	Se studiază cazurile posibile si se obţine $\overline{ab}$=36	**4p**

Subiectul 2.

	$a=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{8}+...+\frac{1}{192}-\frac{1}{212}=\frac{1}{2}-\frac{1}{212}=\frac{105}{212}$	**2p**
	$b=1+(1+5)+(1+2\cdot5)+(1+3\cdot5)+...+(1+403\cdot5)$ $b=404+5\cdot\frac{403\cdot404}{2}=202\cdot2017$	**2p**
	$212\cdot a+\frac{b}{2017}-1=306$ nu este pătrat perfect (justificare) şi finalizarea	**3p**

Subiectul 3.

a.	AGEF paralelogram AGEF romb	**3p**
b.	(AE bisectoare $\Rightarrow \frac{DE}{EC}=\frac{AD}{AC}$ $GE \parallel AC \Rightarrow \frac{DG}{GA}=\frac{DE}{EC}$ şi concluzia	**4p**

Subiectul 4.

a.	$\triangle ABE \equiv \triangle BCF \Rightarrow \sphericalangle BAE \equiv \sphericalangle CBF$ $m(\sphericalangle EBM)+m(\sphericalangle MEB)=m(\sphericalangle EAB)+m(\sphericalangle AEB)=90^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle EMB)=90^\circ$ Am notat cu M intersecţia dreptelor AE şi BF	**3p**
b.	În triunghiul ABG, AM şi BO sunt înălţimi, deci H este ortocentru, rezultă $GH \perp AB$	**4p**