INSPECTORATUL
ȘCOLAR JUDEȚEAN
H U N E D O A R A

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

Olimpiada Națională de matematică
Etapa locală - 20 februarie 2015

Clasa a VI-a

1. Să se determine cel mai mic număr natural nenul n pentru care $\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot n}{6^6}$ este număr natural.

SGM 2014

2. **(i)** Demonstrați că numerele de forma $\overline{aaaaaa}$ sunt divizibile cu 7, unde $a\in\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$;

(ii) Demonstrați că numărul $\overline{1...12...23...9...9}$ este divizibil cu 7, știind că fiecare cifră de la 1 la 9 apare de 12 ori.

SGM 2014

3. Fie ABC un triunghi isoscel cu baza $[BC]$, D mijlocul laturii $[AB]$, E mijlocul laturii $[AC]$. Pe semidreapta $(BE$ se consideră punctul P astfel încât $[AP]\equiv[AB]$, iar punctul F este mijlocul segmentului $[AP]$. Demonstrați că:

(i) $[BE]\equiv[CD]$;

(ii) $CD+CF=BP$.

4. Se consideră 300 de puncte coliniare. Trei copii colorează aceste puncte după cum urmează. Primul copil colorează cu verde primele trei puncte, apoi sare peste unul, apoi iar colorează următoarele trei și iar sare peste unul și așa mai departe până la finalul celor 300 de puncte. Al doilea copil realizează de la început o recolorare asemănătoare, dar cu albastru și colorează primele patru puncte, apoi sare unul, și iar următoarele patru și sare peste unul etc. Al treilea copil recolorează cu maro câte cinci puncte și sare peste unul și apoi următoarele cinci etc. Câte puncte au rămas la final necolorate?

SGM 2014

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada de matematică
Etapa locală - 20 februarie 2015

Clasa a VI-a

1.	Întrucât $6^6 = 2^6 \cdot 3^6$, numărul $\frac{1\cdot2\cdot3\cdot...\cdot n}{6^6}$ este natural dacă	**1p**
		1p
	$2^6 / 1\cdot2\cdot3\cdot...\cdot n$, *respectiv* $3^6 / 1\cdot2\cdot3\cdot...\cdot n$	**2p**
	Finalizare $n = 15$	**3p**

2. (i)	$\overline{aaaaaa} = a\cdot111111$	**1p**
	$7/111111 \Rightarrow 7/a\cdot111111$, unde $a \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$	**1p**
	Finalizare	**1p**
(ii)	Numărul $\overline{1...12...23...9...9}$ conține secvențe de 12 cifre de forma $\overline{a...a}$	**2p**
	Numărul poate fi scris sub forma $9\cdot1...1 + 8\cdot1...1\cdot10^{12} + ...$	**1p**
	Finalizare	**1p**

3. (i)	Avem $AD = \frac{AB}{2} = \frac{AC}{2} = AE$, $[AD] \equiv [AE]$	**1p**
	$[AB] \equiv [AC]$, $\sphericalangle BAE \equiv \sphericalangle CAD$ (unghi comun), $[AE] \equiv [AD] \overset{(LUL)}{\Rightarrow}$ $\Delta ABE \equiv \Delta ACD \Rightarrow [BE] \equiv [CD]$	**2p**
(ii)	Punctul F este mijlocul segmentului $[AP]$ și $[AP] \equiv [AB]$.	
	Rezultă $AF = \frac{AP}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{AC}{2} = AE$, $[AF] \equiv [AE]$.	**1p**
	$[AC] \equiv [AP]$, $\sphericalangle CAF \equiv \sphericalangle PAE$ (unghi comun), $[AF] \equiv [AE] \overset{(LUL)}{\Rightarrow} \Delta ACF \equiv \Delta APE, CF = PE$	**2p**
	Finalizare $CD + CF = BE + EP = BP$	**1p**
4.	Primul copil lasă tot al patrulea punct necolorat cu verde.	**1p**
	Al doilea copil lasă necolorat cu albastru din cinci în cinci puncte.	**1p**
	Al treilea copil lasă necolorat cu maro din 6 în șase puncte.	**1p**
	Rămân punctele necolorate care sunt multiplii de 4,5, respectiv 6	**1p**
	cmmmc [4,5,6]=60	**1p**
	Finalizare 3 puncte	**2p**

Notă Se punctează orice altă soluție corectă.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro