CONCURSUL DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
8 februarie 2003
Clasa a IX-a

(7p) **1**. Fie a > 0. Să se arate că nu există x > 0 astfel încât

$$\left[\frac{25}{x}+\frac{49}{a}\right]=\left[\frac{144}{x+a}-1\right],$$

unde $[y]$ este partea întreagă a numărului real y.

Problemă propusă de prof. Romeo Zamfir

(7p) **2**. Să se arate că

$$\sqrt[2000]{2!!}+\sqrt[2000]{4!!}+\ldots+\sqrt[2000]{(2n)!!}<n+\frac{n(n+1)(2n+1)}{12000},\ (\forall)\ n\in\mathbb{N}^*,\ n\leq 2000.$$

unde s-a notat $(2k)!! = 2\cdot 4\cdot 6\cdot \ldots \cdot(2k)$, $(\forall)$ $k \in \mathbb{N}^*$.

Problemă propusă de prof. Romeo Zamfir

(7p) **3**. Să se rezolve sistemul de ecuaţii :

$$\begin{cases}[x]+\{y\}=1{,}2\\ \{x\}+[y]=3{,}3\end{cases}$$

unde $[a]$ *şi* $\{a\}$ reprezintă partea întreagă şi respectiv partea fracţionară a numărului real a.

Problemă propusă de prof. Mihaela Olaru

(7p). **4**. Fie un triunghi AOB dreptunghic în O. Pe dreptele OA şi OB se iau punctele C şi respectiv D astfel încât $A \in (OC)$, $B \in (OD)$ şi $AC = BD = \lambda$, λ număr real pozitiv variabil.. Fie E simetricul lui C faţă de A. Se ştie că mediatoarea segmentului CD trece printr-un punct fix F. Să se arate că mediatoarea segmentului ED trece printr-un punct fix M. Mijlocul segmentului FM fiind de asemenea fix, să i se calculeze distanţa până la punctul O.

Problemă propusă de prof. Laura Marin

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 3 ore