Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa Locală -2015 Maramureş

Clasa a XII-a varianta II

1.a) Calculaţi .

b)Dacă este o funcţie continuă şi , arătaţi că

.

2 . Fie funcţia .

Să se determine primitiva a funcţiei, ştiind că .

3. Fie un grup cu elemente şi cel mai mic divizor prim al lui . Să se arate că grupul este

abelian dacă şi numai dacă pentru orice există , astfel ȋncât .

G.M.6-7-8/2014

4. Fie un grup şi mulţimea

1. Să se arate că este subgrup al lui dacă şi numai dacă
2. Dacă p este un număr prim cu proprietatea că are cel mult p elemente atunci

sau este un subgrup al lui izomorf cu .

*Timp de lucru 3 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*

*Subiecte selectate şi prelucrate de:*

*.* prof. Pop Vesel Floare, Lic. Bogdan Vodă, Vişeu de Sus

prof. Gherasin Gheorghe, Lic. Regele Ferdinand, Sighetu-M.

prof. Giurgi Vasile, C.N. Dragoş Vodă, Sighetu-M.

1. a) Calculaţi .
2. Dacă este o funcţie continuă şi , arătaţi că

.

**Barem de corectare**

a) Avem ...3p

b) In facem schimbarea de variabilă ....1p. Inegalitatea din enunţ devine

....2p. Finalizare..1p

2.Fie funcţia .

Să se determine primitiva a funcţiei, ştiind că .

Barem de corectare:

....3p. Cu schimbarea de variabilă  avem

.........2p. Integrând, prin părţi, obţinem

.

Astfel rezultă

....3p

3.Fie un grup cu elemente şi cel mai mic divizor prim al lui . Să se arate că grupul

este abelian dacă şi numai dacă pentru orice există , astfel ȋncât

.

G.M.6-7-8/2014

Barem de corectare:

Dacă este abelian, atunci evident ....1p. Dacă par atunci

.....1p.

Dacă impar atunci avem cazurile

1. p este număr prim impar

Pentru a = e ....1p

Fie . In locuind In (1) obţinem , contradicţie cu

minimalitatea lui p. Deci ......1p

1. n este număr prim, atunci ....1p. Din , pentru a = e

, de unde contradicţie.....2p

4.Fie un grup şi mulţimea

a)Să se arate că este subgrup al lui dacă şi numai dacă

b)Dacă p este un număr prim cu proprietatea că are cel mult p elemente atunci sau

este un subgrup al lui izomorf cu .

Barem de corectare: a)

este subgrup al lui , iar este abelian.....1p

Dacă ....1p

Dacă . Deci este subgrup.....1p

b)Dacă fie (p este prim)...1p. De aici

, ....1p, dar din enunţ are cel mult p elemente, deci ...1p. Finalizare ....1p