Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală -20.02.2016
Clasa a V-a
Soluții și bareme

1. $\overline{4abc3} = 2016 \cdot x + 65$ ……………………………………………………2p
   49993 : 2016 < 25 ; 20003 : 2016 > 20 ……………………………………………2p
   20 < c < 25 ………………………………………………………………………1p
   $u(2016\cdot x + 65) = 3 \Rightarrow x = 23$ ……………………………………………1p
   $\overline{4abc3} = 2016 \cdot 23 + 65 = 46433$ ……………………………………1p

2. a) $2016 = 2^5\cdot3^2\cdot7$ ……………………………………………………3p
   b) $2016 = 2^5\cdot3^2\cdot7 = 2016 = 2^4\cdot3^2\cdot7\cdot2 = 12^2 \cdot 14 =$
   $= 12^2\cdot(3^2 + 2^2 + 1^2) = 12^2\cdot3^2 + 12^2\cdot2^2 + 12^2\cdot1^2 =$
   $= (12\cdot3)^2 + (12\cdot2)^2 + (12\cdot1)^2 = 36^2 + 24^2 + 12^2$……………………4p

3. a) $u(2016^{2015}) = 6$, $u(2015^{2014}) = 5$, $u(2014^{2016}) = 6$
   $u(x) = u[\, u(2016^{2015}) + u(2015^{2014}) + u(2014^{2016}) \,] = 7$…………………2p
   Dacă ultima cifră a unui număr este 2 , 3 , 7 sau 8 ,
   atunci numărul sigur nu este pătrat perfect ……………………………………1p
   b) $A = 21^n\cdot126 + 7^n\cdot7\cdot3^n\cdot3^4 + 7^n\cdot7^2\cdot3^n\cdot3^3 =$ 1p
   $=21^n(126 + 7\cdot81 + 49\cdot27) = 21^n\cdot2016.$ 2p
   A divizibil cu 2016. 1p

4. $3\in B \setminus A \Rightarrow 3 \in B$ şi $3 \notin A$. 2p
   $(A \setminus B) \not\subset \{2 , 4\} \Rightarrow$ există cel puţin un element
   $x \in (A \setminus B)$ şi $x \notin \{2 , 4\}$, $x \in A$ şi $x \notin B$.
   $x = 1 \in A$ şi $1 \notin B$. 1p
   $(B \setminus A) \not\subset \{2 , 3\} \Rightarrow$ există cel puţin un element y astfel încât $y \in (B \setminus A)$
   şi $y \notin \{2 , 3\}$.
   $y = 4 \in B$ şi $4 \notin A$. 1p
   $A\cap B \neq \emptyset \Rightarrow 2 \in A$ şi $2 \in B$. 2p
   $A = \{1 , 2\}$, $B = \{2 , 3 , 4\}$. 1p

Observatie. *Se puncteaza corespunzator orice alta metoda corecta.*

Calea 13 Septembrie, nr 209,
Sector 5, 050722, București
Tel: +40 (0)21 317 36 50
Fax: +40 (0)21 317 36 5