INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN DÂMBOVIŢA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 23.02.2014

CLASA a V-a

SUBIECTUL 1

Fie *n* un număr natural. Dacă în faţa lui *n* punem cifra 7 obţinem un număr de cinci ori mai mare decât atunci când punem la sfârşitul lui *n* cifra 7. Aflaţi cea mai mică valoare a lui *n*.

GM 11/2013(SUPLIMENT)

SUBIECTUL 2

Numărul natural $\overline{abcd}$ are suma cifrelor egală cu 27. Arătaţi că numărul $\overline{abcd}+\overline{dcba}$ se divide cu 297.

GM 11/2013

SUBIECTUL 3

Câtul împărţirii a două numere naturale este 3, iar restul este 7. Dacă triplăm deîmpărţitul, atunci restul este 6. Determinaţi numerele.

RMT 2/2009

SUBIECTUL 4

a) Arătaţi că numărul $2^{221} + 2^{22} \cdot 2^{199}$ este pătrat perfect.
b) Dacă $x + 2^{22} \cdot y = 2^{222}$, arătaţi că $2^{245} \cdot y + (x - 2^{22} \cdot y) \cdot (x + 2^{22} \cdot y)$ este cub perfect.

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 2 ore.

CLASA a V-a

SUBIECTUL 1

Fie *n* un număr natural. Dacă în faţa lui *n* punem cifra 7 obţinem un număr de cinci ori mai mare decât atunci când punem la sfârşitul lui *n* cifra 7. Aflaţi cea mai mică valoare a lui *n*.

Din relaţia $\overline{7n} = 5 \cdot \overline{n7} \Rightarrow u(n) = 5$	**2p**
Se obţine relaţia $\overline{7a5} = 5 \cdot \overline{a57} \Rightarrow u(a) = 8$	**1p**
Avem: $\overline{7b85} = 5 \cdot \overline{b857} \Rightarrow u(b) = 2$	**1p**
Apoi: $\overline{7c285} = 5 \cdot \overline{c2857} \Rightarrow u(c) = 4$	**1p**
Şi atunci: $\overline{7d4285} = 5 \cdot \overline{d42857}$, obţinând d = 1	**1p**
Se obţine cea mai mică valoare a lui *n* = 14285.	**1p**

OBS. Dacă analizează corect, n de o cifră, n de două cifre, … , se acordă câte **1p** pentru fiecare caz şi maxim după ce ajunge la ecuaţia finală $\overline{7abcde} = 5 \cdot \overline{abcde7}$ şi o rezolvă obţinând $\overline{abcde} = 14285$.

SUBIECTUL 2

Numărul natural $\overline{abcd}$ are suma cifrelor egală cu 27. Arătaţi că numărul $\overline{abcd} + \overline{dcba}$ se divide cu 297.

$\overline{abcd} + \overline{dcba}$ = 1001a + 110b + 110c + 1001d =	**2p**
= 11(91a + 10b + 10c + 91d) =	**1p**
= 11(81a + 81d + 10a + 10b + 10c + 10d) =	**1p**
= 11[81a + 81d + 10(a + b + c + d)].	**1p**
81a + 81d + 10(a + b + c + d) se divide cu 27,	**1p**
Rezultă $\overline{abcd} + \overline{dcba}$ se divide cu 11· 27 = 297	**1p**

SUBIECTUL 3

Câtul împărţirii a două numere naturale este 3, iar restul este 7. Dacă triplăm deîmpărţitul, atunci restul este 6. Determinaţi numerele.

Fie a şi b cele două numere. Atunci a = 3b + 7, cu b > 7.	**2p**
Înmulţind cu 3 egalitatea anterioară, avem 3a = 9b + 21, sau 3a = (9b + 15) + 6.	**1p**
(9b + 15) se împarte exact la b,	**1p**
9b se împarte exact la b, rezultă că 15 se împarte exact la b.	**1p**
Dar b > 7, rezultă b = 15.	**1p**
Şi atunci a= 3· 15 + 7 = 52.	**1p**

SUBIECTUL 4

a) Arătaţi că numărul $2^{221} + 2^{22} \cdot 2^{199}$ este pătrat perfect.

b) Dacă $x + 2^{22} \cdot y = 2^{222}$, arătaţi că $2^{245} \cdot y + (x - 2^{22} \cdot y) \cdot (x + 2^{22} \cdot y)$ este cub perfect.

a)

$2^{221} + 2^{22} \cdot 2^{199} = 2^{221} + 2^{221} =$	**1p**
$= 2^{222} =$	**1p**
$= (2^{111})^2$, pătrat perfect.	**1p**

b)

$2^{245} \cdot y + (x - 2^{22} \cdot y) \cdot (x + 2^{22} \cdot y) = 2^{245} \cdot y + (x - 2^{22} \cdot y) \cdot 2^{222} =$	**1p**
$= 2^{245} \cdot y + 2^{222} \cdot x - 2^{244} \cdot y =$	**1p**
$= 2^{222} \cdot x + 2^{244} \cdot y =$	**1p**
$= 2^{222}(x + 2^{22} \cdot y) = 2^{222} \cdot 2^{222} = 2^{444} = (2^{148})^3$, cub perfect.	**1p**