**Olimpiada Naţională de Matematică**

**Etapa locală**

**Județul Alba, 13 februarie 2015**

**Clasa a VI-a**

1. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuațiile:
   * + - 1. .
         2. .
2. Se consideră numerele naturale și , unde este un număr natural oarecare.
   * + - 1. Arătați că numărul se poate scrie ca sumă de trei cuburi perfecte.
         2. Determinați restul împărțirii lui la .
         3. Arătați că numărul se poate scrie ca sumă de trei cuburi perfecte.
3. Se consideră unghiurile adiacente și astfel încât punctele și să fie coliniare. Știind că: și . Determinați măsurile unghiurilor și .
4. Două unghiuri complementare au o latură comună și bisectoarele lor determină un unghi de . Se acceptă că una din laturile celor două unghiuri aparține interiorului unghiului format de cele două bisectoare.
   * + - 1. Demonstrați că cele două unghiuri nu pot fi adiacente.
         2. Determinați măsurile celor două unghiuri.

*Timp de lucru 3 ore.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa locală a județului Alba, 13 februarie 2015

**SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE - CLASA a VI-a**

**Problema 1.** Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuațiile:

* + - * 1. .
        2. .

**Soluție.** a) ………..……….………………….…………….………………………… 2 puncte

b) ……………………..… 2 puncte

…………………..…………....… 2 puncte

.…………….…………………………………………………………...….… 1 punct

**Problema 2.** Se consideră numerele naturale și , unde

este un număr natural oarecare.

* + - * 1. Arătați că numărul se poate scrie ca sumă de trei cuburi perfecte.
        2. Determinați restul împărțirii lui la .
        3. Arătați că numărul se poate scrie ca sumă de trei cuburi perfecte.

**Soluție.** a) ………………………………………………..……….……….2 puncte

b) …………………………………………..…………. ….2 puncte

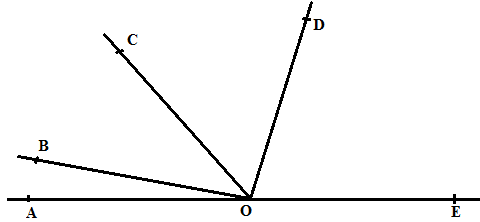
………………………………………………………………………..……. 1 punct

c) …………………………………………..……………..….…. 1 punct

……….……. 1 punct

**Problema 3.** Determinaţi consideră unghiurile adiacente și astfel încât punctele și să fie coliniare. Știind că: și . Determinați măsurile unghiurilor și .

**Soluție.** Cazul 1.

**** ………………………… 2 puncte

……..………..… 1 punct

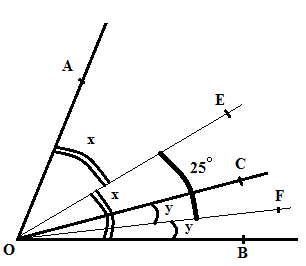
……..………………………..…..… 1 punct

………. 1 punct

Cazul 2. sau se acordă 2 puncte. În cazul în care un elev rezolvă doar cazul 2 se acordă 5 puncte pentru acest caz.

**Problema 4.** Două unghiuri complementare au o latură comună și bisectoarele lor determină un unghi de . Se acceptă că una din laturile celor două unghiuri aparține interiorului unghiului format de cele două bisectoare.

* + - * 1. Demonstrați că cele două unghiuri nu pot fi adiacente.
        2. Determinați măsurile celor două unghiuri.

**Soluție.**

a) Dacă sunt adiacente, atunci . Contradicție

cu ipoteza. …………………………………….. 3 puncte

b) Folosind notațiile de pe figură și ipoteza avem:

………………… 2 puncte

Finalizare și

……………………………………………….. 2 puncte