

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ  
”LAURENȚIU PANAITOPOL”

Tulcea, 1 aprilie 2023

CLASA a IX-a

**Problema 1.** Determinați tripletele de numere întregi  $(a, b, c)$ , cu  $a \neq 0$ , pentru care graficul funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , intersectează axele de coordonate în trei puncte, care sunt vârfurile unui triunghi echilateral.

**Problema 2.** Determinați numerele prime  $p$  și  $q$  pentru care  $q^p - 1$  divide  $p^q$ .

**Problema 3.** Determinați funcțiile  $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$  care satisfac proprietatea

$$\frac{x^2 + f(x)f(y)}{f(x+y)} = f(x) + f(y) - y,$$

pentru orice  $x, y \in \mathbb{N}^*$ .

**Problema 4.** Considerăm patrulaterul convex  $ABCD$ . Fie  $M$  și  $N$  mijloacele segmentelor  $BC$ , respectiv  $CD$ . Fie  $P$  intersecția dreptelor  $AM$  și  $BN$ . Dacă  $\frac{MP}{MA} = \frac{1}{5}$  și  $\frac{BP}{BN} = \frac{2}{5}$ , determinați natura patrulaterului  $ABCD$ .

*Timp de lucru 4 ore.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*