

BAREM CLASA AVII-A

1) Ecuația $\sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} = n(n+3)$ $n \in \mathbb{Z}$, are soluții numere întregi.

Aflați n .

Profesor Constantin Paunescu
Colegiul National Grigore Moisil Urziceni

$$x+3 \geq 0 \text{ si } 5-x \geq 0 \Rightarrow x \in [-3,5] \quad (1 \text{ pct})$$

$$\left. \begin{array}{l} x \in [-3,5] \\ x \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow X \in \{-3,-2,\dots,4,5\} \quad (1 \text{ pct})$$

$-3,-2,-1,0,2,3,4,5$ nu pot fi soluții ale inecuației \Rightarrow (2 pct)

$$\Rightarrow n(n+3) = 4 \Rightarrow n^2 + 3n - 4 = 0 \Rightarrow n^2 - n + 4n - 4 = 0 \Rightarrow (n-1)(n+4) = 0 \Rightarrow n = 1 \text{ sau } n = -4 \quad (2 \text{ pct})$$

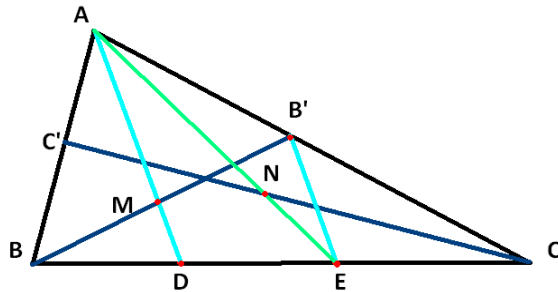
$$\Rightarrow x = 1 \text{ soluție} \quad (1 \text{ pct})$$

2) Pe latura BC a $\triangle ABC$ se considera punctele D și E astfel încât $BD=DE=EC$. Mediana BB' ($B' \in AC$) intersecționează pe AD în M, iar mediana CC' ($C' \in AB$) intersecționează pe AE în N. Arătați că :

a. BMNC este trapez

b. $MN = \frac{1}{4} BC$

Gazeta matematica nr.6/2012



$C'B'$ linie mijlocie în $\triangle ABC \Rightarrow C'B' \parallel BC \Rightarrow BCB'C'$ trapez (2 pct)

$B'E$ linie mijlocie în $\triangle ADC \Rightarrow B'E \parallel AD$; în $\triangle BB'E$, D mijlocul lui BE,

$DM \parallel B'E \Rightarrow M$ mijlocul lui BB' . Analog N mijlocul lui CC' . (2 pct)

În trapezul $BC'B'C'$ M și N mijloace de diagonale $\Rightarrow MN \parallel BC \parallel B'C' \Rightarrow$

\Rightarrow 1) MNCB trapez (1 pct)

$$2) MN = \frac{BC - B'C'}{2} = \frac{BC - \frac{BC}{2}}{2} = \frac{BC}{4} \quad (2 \text{ pct})$$

3) Rezolvați în \mathbb{Z} ecuația : $2xy=3(x+32)$

$$2xy-3x=96 \Leftrightarrow x(2y-3)=96 \quad (2 \text{ pct})$$

$$x = \frac{96}{2y-3} \mid \Rightarrow \frac{96}{2y-3} \in Z \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} 2Y-3 = \pm 1 \\ \text{sau} \\ 2Y-3 = \pm 3 \end{matrix} \quad (3 \text{ pct})$$

$$x \in Z \quad 2Y-3 \text{ IMPAR} \quad 2y-3 = \pm 3$$

Finalizare (2 pct)

4) In patrulaterul ABCD punctele M, Q, N, P sunt mijloacele laturilor AB, BC, CD respectiv DA.

Demonstrati ca: $\frac{AC + BD}{2} < MN + PQ \leq \frac{AB + BC + CD + DA}{2}$

Fie $\{O\} = MN \cap PQ$

$$\left. \begin{aligned} OM + ON > MQ = \frac{AC}{2} \\ OM + OP > PM = \frac{DB}{2} \\ OP + ON > PN = \frac{AC}{2} \\ ON + OQ > QN = \frac{DB}{2} \end{aligned} \right\} 2 \text{ pct.}$$

$$\left. \begin{aligned} 2(OM + ON + OP + OQ) > AC + BD \\ MN + PQ > \frac{AC + BD}{2} \end{aligned} \right\} 2 \text{ pct.}$$

Se obtine egalitatea daca M, R, N coliniare 1 pct.

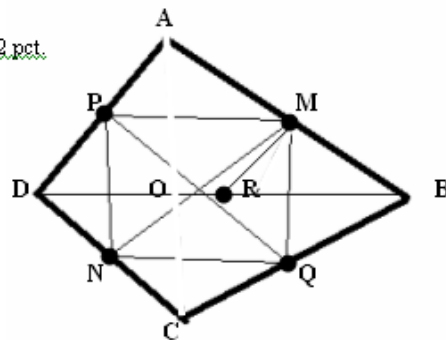


Fie R mijlocul lui DB

$$MN < \frac{AD}{2} + \frac{BC}{2} \quad \left. \vphantom{\frac{AD}{2} + \frac{BC}{2}} \right\} 2 \text{ pct.}$$

$$\text{Analog } PQ < \frac{AB}{2} + \frac{CD}{2} \quad 1 \text{ pct.}$$

Finalizare 1 pct



- 1) Ecuația $\sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} = n(n+3)$ $n \in \mathbb{Z}$, are soluții numere întregi.
Aflați n .

Profesor Constantin Paunescu
Colegiul Național Grigore Moisil Urziceni

- 2) Pe latura BC a $\triangle ABC$ se considera punctele D și E astfel încât $BD=DE=EC$. Mediana BB' ($B' \in AC$) intersectează pe AD în M , iar mediana CC' ($C' \in AB$) intersectează pe AE în N . Arătați că :
- $BMNC$ este trapez
 - $MN = \frac{1}{4} BC$

Gazeta matematica nr.6/2012

- 3) Rezolvați în \mathbb{Z} ecuația : $2xy=3(x+32)$

Profesor Constantin Paunescu
Colegiul Național Grigore Moisil Urziceni

- 4) În patrulaterul $ABCD$ punctele M, Q, N, P sunt mijloacele laturilor AB, BC, CD respectiv DA .

Demonstrați că:
$$\frac{AC + BD}{2} < MN + PQ \leq \frac{AB + BC + CD + DA}{2}$$

Profesor Constantin Paunescu
Colegiul Național Grigore Moisil Urziceni