OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a V-a
27.02.2015

Subiectul I.(20 puncte)

Un număr de trei cifre împărţit la răsturnatul său dă câtul 3 şi restul 26, iar diferenţa dintre cifra sutelor şi cea a unităţilor numărului este egală cu 4. Să se determine numărul.

prof. Ioan Balica, Şcoala Gimnazială "Ioan Bob" Cluj-Napoca

Subiectul II.(25 puncte)

Numerele naturale a,b,c verifică egalităţile: a+b+c=31 şi 2a+3b+4c=105.

a) Aflaţi ultima cifră a produsului $(b+2c)\cdot(c-a)\cdot(2a+b)$.

b) Verificaţi dacă $(2ac+bc)\vdots 19$.

prof. Marieta Hristea, Liceul de Informatică "Tiberiu Popoviciu" Cluj-Napoca

Subiectul III.(25 puncte)

Gigel are banii adunați aranjați în plicuri: în primul plic are 2 lei, în al doilea plic are 13 lei, în al treilea plic are 24 lei, în plicul cu numărul 4 are 35 lei, în plicul cu numărul 5 are 46 lei, și așa mai departe.

a) Aflați ce sumă are Gigel în plicul cu numărul 49;

b) Stabiliți dacă există vreun plic în care să fie 2015 lei;

c) Gigel își dorește o consolă PlayStation 4 care costă 1799 lei. Câți lei primește rest Gigel dacă plătește cu banii din primele 20 plicuri?

prof. Cristian Petru Pop,ISJ Cluj

Subiectul IV.(20 puncte)

a) Să se calculeze 48^2-17^2;

b) Să se arate că 2015^{2015} se poate scrie ca diferență de două pătrate.

prof. Vasile Şerdean, Şcoala Gimnazială nr.1 Gherla

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. ***SUCCES!***
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

Barem clasa a V-a
(OLM 2015-etapa locală)

Of. 10 p

Subiectul I. (20 puncte)

$\overline{abc} : \overline{cba} = 3$, rest $26 \Rightarrow \overline{abc} = 3\overline{cba} + 26 \Rightarrow 97a = 20b + 299c + 26$ **(10 p)**

Dar $a - c = 4 \Rightarrow a = c + 4$

Deci $97c + 388 = 299c + 20b + 26 \Rightarrow 202c + 20b = 362$ **(5 p)**

Se obţine $c = 1, b = 8$ şi $a = 5 \Rightarrow \overline{abc} = 581$ **(5 p)**

Subiectul II. (25 puncte)

a) 2a+3b+4c=105 (1)

a+b+c=31$| \cdot 2$=> 2a+2b+2c=62 (2)

Scăzând din relaţia (1) relaţia (2) se obţine: b+2c=43 **(5 p)**

2a+3b+4c=105 (1)

a+b+c=31$| \cdot 3$=> 3a+3b+3c=93 (3)

Scăzând din relaţia (1) relaţia (3) se obţine: c-a=12 **(5 p)**

2a+3b+4c=105=> 2a+b+2b+4c=105=>2a+b+2$\cdot (b+2c) = 105$=> 2a+b+2$\cdot 43 = 105$

2a+b=105-86=> 2a+b=19 **(5 p)**

U43((b+2c) $\cdot$ (c-a) $\cdot$ (2a+b))=u(43$\cdot 12 \cdot 19) = 4$. **(5 p)**

b) (2$\cdot a \cdot c + b \cdot c) \vdots 19 <=> c \cdot (2a+b)) \vdots 19 <=> c \cdot 19 \vdots 19$ „A”. **(5 p)**

Subiectul III. (25 puncte)

Observăm că în plicul cu numărul n, Gigel are 11(n-1)+2 lei; **(5 p)**

a) 530 lei; **(5 p)**

b) 11(n-1)+2=2015, deci n=184; **(5 p)**

c) $S_{20} = 11(1+2+3+...+19) + 2 \cdot 20 = 2130$ **(5 p)**

Gigel primește rest 331 lei. **(5 p)**

Subiectul IV. (20 puncte)

a) $48^2 - 17^2 = 2304 - 289 = 2015$ **(10 p)**

b) $2015^{2015} = 2015^{2014} \cdot 2015 = 2015^{2014}\left(48^2 - 17^2\right) = \left(2015^{1007} \cdot 48\right)^2 - \left(2015^{1007} \cdot 17\right)^2$ **(10 p)**