Inspectoratul Şcolar Județean Mehedinți

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-16 FEBRUARIE 2013
Clasa a VII-a

SUBIECTUL I

Rezolvați în **Z** ecuația: $15xy - 35x - 6y = 3$.

SUBIECTUL II

Numerele raționale a, b, c satisfac simultan egalitățile:

$$\frac{ab}{a+b} = \frac{2^{2012}}{3},\ \frac{bc}{b+c} = \frac{2^{2013}}{3} \text{ şi } \frac{ac}{a+c} = \frac{2^{2013}}{5}.$$

Să se arate că $\sqrt{3(b-a)(c-b)(c-a)} \in \mathbf{N}$.

SUBIECTUL III

Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC cu înălțimile AA', BB' şi CC' şi cu ortocentrul H.

a)Dacă $\frac{AH}{HA'} = x$ şi $\frac{S_{\Delta HBC}}{S_{\Delta ABC}} = y$, să se arate că $\frac{1}{y} = x + 1$, unde $S_{\Delta HBC}, S_{\Delta ABC}$ reprezintă aria triunghiului HBC respectiv aria triunghiului ABC.

b)Dacă $AA' \le BB' \le CC'$ să se demonstreze că $AH + BH + CH \ge 2AA'$.

SUBIECTUL IV

Triunghiul ABC are $m\left(\widehat{BAC}\right) = 20^0$ şi $AB = AC$. Fie $M \in (AC)$ astfel încât $m\left(\widehat{CBM}\right) = 70^0$.

a)Dacă N este piciorul perpendicularei dusă din A pe dreapta BM, să se calculeze valoarea raportului $\frac{AN}{AM}$.

b)Demonstrați că $[AM] \equiv [BC]$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-16 FEBRUARIE 2013
Clasa a VII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem .**

SUBIECTUL I

$(5x-2)(3y-7)=17$	**3p**
Rezolvarea cazurilor	**3p**
Finalizare $x=-3$ şi $y=2$ soluție unică	**1p**

SUBIECTUL II

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{3}{2^{2012}}$, $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{3}{2^{2013}}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{5}{2^{2013}}$.	**2p**
$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{7}{2^{2013}}$	**1p**
$a=2^{2011}$, $b=2^{2012}$, $c=2^{2013}$	**2p**
$\sqrt{3(b-a)(c-b)(c-a)}=3\cdot 2^{3017}\in \mathbf{N}$	**2p**

SUBIECTUL III

a)	$\frac{1}{y}=\frac{AA'}{HA}$	**1p**
	$\frac{AA'}{HA}=1+\frac{AH}{HA'}=1+x$	**1p**
	Finalizare $\frac{1}{y}=x+1$.	**1p**
b)	$\frac{AH}{AA'}=1-\frac{S_{\Delta HBC}}{S_{\Delta ABC}}$ şi analoagele.	**1p**
	$\frac{AH}{AA'}+\frac{BH}{BB'}+\frac{CH}{CC'}=2$	**1p**
	$\frac{AH+BH+CH}{AA'}\geq\frac{AH}{AA'}+\frac{BH}{BB'}+\frac{CH}{CC'}=2$.	**1p**
	Finalizare $AH+BH+CH\geq 2AA'$.	**1p**

SUBIECTUL IV

a)	**a)** $m\left(\widehat{ABM}\right)=10^0$	**1p**
	$m\left(\widehat{AMN}\right)=30^0$	**1p**
	ΔAMN cu $m\left(\widehat{N}\right)=90^0$ şi $m\left(\widehat{M}\right)=30^0\Rightarrow\frac{AN}{AM}=\frac{1}{2}$	**1p**
b)	Dacă $AA'\perp BC$, $\Delta AA'C\equiv\Delta BNA\Rightarrow AN\equiv A'C$	**3p**
	$2AN=2A'C\Rightarrow[AM]\equiv[BC]$	**1p**