OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE CLASA a VIII-a 18.05.2019

Problema 1.(7 puncte)

Calculaţi $x^2+\frac{1}{x^2}$ *şi* $x+\frac{1}{x}$ *ştiind că* $x^4+\frac{1}{x^4}=47, x\in\mathbb{R}^*$.

Soluţie:

$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=x^4+\frac{1}{x^4}+2=49\Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=7$ ....**(4p)**

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=x^2+\frac{1}{x^2}+2=9\Rightarrow x+\frac{1}{x}=\pm 3$ ....**(3p)**

Problema 2.(7 puncte)

Pentru $a\in\mathbb{R}^*$ *considerăm funcţiile* $f_a:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$, $f_a(x)=ax+2+a$, *oricare ar fi* $x\in R$.

a) Aflaţi sinusul unghiului determinat de graficul funcţiei cu axa Ox pentru a *=2;*

b) Arătaţi că graficele funcţiilor f_a *trec printr-un punct fix, oricare ar fi* $a\in\mathbb{R}^*$.*;*

c) Aflaţi valoarea lui a, astfel încât $f_a(1)+f_a(2)+f_a(3)+\ldots+f_a(100)$*=16680.*

Soluţie:

a) Intersecţia graficului cu axele: $A(0;4), B(-2;0)$..**(1p)**

$\mathrm{AB}=2\sqrt{5}$; $\sin(\sphericalangle\mathrm{ABO})=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ....**(2p)**

b) $ax+2+a=y\Rightarrow a(x+1)+2=y\Rightarrow x=-1, y=2\Rightarrow C(-1;2)$ este punctul fix…**(2p)**

c)$f_a(1)+f_a(2)+f_a(3)+\ldots+f_a(100)=16680=5150a+200=16680\Rightarrow a=3{,}2$..............**(2p)**

Problema 3.(7 puncte)

În triunghiul isoscel $ABC(AB=AC)$, *se duce* $MN\parallel AC$, $(M\in(AB), N\in(BC))$. *Ştiind că* $AM=x-2\ cm, AB=5x-10\ cm, BC=4x+12\ cm, NC=x\ cm$, *se cere :*

a) Perimetrul triunghiului, aria triunghiului şi distanţa de la punctul B la latura AC;

b) Volumul corpului obţinut prin rotirea triunghiului în jurul dreptei CC', perpendiculară pe BC.

Soluţie: desen corect..**(1p)**

a)T.Thales sau TFA$\Rightarrow$ $x=12, AB=AC=50\ cm, BC=60\ cm$; ....**(1p)**

$P=160\ cm; A=1200\ cm^2; d(B,AC)=48\ cm$ ....**(2p)**

b)$v=72000\pi cm^3$..**(3p)**

Problema 4.(7 puncte)

Pe planul trapezului oarecare ABCD se ridică perpendiculara OV=9 cm, $\{O\}=AC\cap BD$. *Aria triunghiului ACD este egală cu 12* cm^2*, iar AO=2OC.*

a) Calculaţi volumul piramidei VABCD;

b) Arătaţi că $V_{VABCD}\geq 4\cdot\sqrt{V_{VAOB}\cdot V_{VOCD}}$.

Soluţie:

a) Fie $S_1=Aria_{AOB}$; $S_2=Aria_{COD}$; $S_3=Aria_{AOD}$; $S_4=Aria_{COB}$.

$\frac{S_2}{S_3}=\frac{OC}{AO}=\frac{1}{2}\Rightarrow S_2=4\ cm^2;\ S_3=8\ cm^2$..**(2p)**

$S_1\cdot S_2=S_3\cdot S_4$ şi $S_3=S_4\Rightarrow S_1=16\ cm^2;\ S_4=8\ cm^2$..**(2p)**

$A_{ABCD}=36\ cm^2\Rightarrow V_{VABCD}=108 cm^3$ ....**(1p)**

b) $S_1\cdot S_2=S_3\cdot S_4$ şi $S_3=S_4\Rightarrow S_3=S_4=\sqrt{S_1\cdot S_2}\Rightarrow A_{ABCD}=S_1+S_2+2\sqrt{S_1\cdot S_2}$

$A_{ABCD}\geq 2\sqrt{S_1\cdot S_2}+2\sqrt{S_1\cdot S_2}=4\sqrt{S_1\cdot S_2}\Rightarrow V_{VABCD}\geq 4\cdot\sqrt{V_{VAOB}\cdot V_{VOCD}}$..................**(2p)**

„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Felicitări!