MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 09.02.2013

Barem
Clasa a 10-a

1.	a) Scrie z = a+bi și rescrie egalitatea dată de problemă	1p
	Scrie și rezolvă sistemul	2p
	b) Aplică proprietățile logaritmilor	1p
	Ajunge la ecuația $10t^2-7t+1=0$ $t=y/x$ și finalizează	1p
	c) Fie x_0 soluția reală a ecuației	1p
	Deduce parametrul m	1p
2.	a) $z \in R \Leftrightarrow z = \overline{z}$	1p
	Aplică proprietatea de mai sus în contextul problemei și ajunge la relația $\left(z-\overline{z}\right)\left(1-z\overline{z}\right)=0$	2p
	Finalizează	1p
	b) Fie m<n şi z_0 soluția ecuației $z^{2^m}=-1$	1p
	Dacă z_0 este soluție comună atunci obține contradicția $-1=z_0^{2^n}=z_0^{2^m \cdot 2^{n-m}}=(-1)^{2^{n-m}}=1$	2p
3.	a) Aplică de două ori inegalitatea mediilor și finalizează	4p
	b) Aplică de două ori inegalitatea mediilor și finalizează	3p
4.	$z_3=z_1-z_2$	1p
	Ajunge la ecuația $z_1^2+z_1z_2+z_2^2=0$	2p
	Deduce că $\frac{z_1}{z_2}=\varepsilon$ unde $\varepsilon^2+\varepsilon+1=0$	2p
	Deduce $\lvert z_1\rvert=\lvert z_2\rvert$	1p
	Finalizare	1p

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 09.02.2013

<u>SUBIECTE - clasa a X-a:</u>

1.	a) Determinați $z \in C$ astfel încât $\lvert z-i\rvert = \lvert z+iz\rvert = \lvert z-1\rvert$. b) Detrminați raportul $\frac{x}{y}$ știind că $\lg(x-y)+\lg y = 2\lg(x-3y),\ x>3y>0$. c) Determinați $m \in R$ astfel încât ecuația $(1+i)x^2-2mx+m-i=0$ să admită o soluție reală.
2.	a) Arătați că dacă $z \in C-R$ și $\frac{1+z+z^2}{1-z+z^2} \in R$ atunci $\lvert z\rvert = 1$. b) Fie ecuațiile $z^{2^m}+1=0$ și $z^{2^n}+1=0$ cu $m,n \in N^*,\ m \neq n$. Determinați numărul soluțiilor comune în funcție de m și n.
3.	Fie $a>1$. Arătați că: a) $2^{\log_3 a}+3^{\log_4 a}+4^{\log_2 a} \geq 3a$. b) $2^{\log_3 a}+3^{\log_4 a}+\ldots+n^{\log_{n+1} a}+(n+1)^{\log_2 a} \geq na,\ \forall n \in N^*, n \geq 2$.
4.	Fie $z_1, z_2, z_3 \in C^*$ astfel încât $z_1+z_2+z_3 = z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1 = 0$. Arătați că $\lvert z_1\rvert = \lvert z_2\rvert = \lvert z_3\rvert$.

NOTĂ:
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 puncte.

succes!

prof.Zeno Blajovan, inspector de specialitate - I.S.J. Timiş