

**Barem clasa a VI-a**  
**(OLM 2016-etapa locală)**

**Subiectul I. (7 puncte)**

$$a + b + c = 888 \quad (1)$$

$$a : (b + c) = 15 \text{ rest } 8 \Rightarrow a = 15(b + c) + 8 \text{ și } b + c > 8.$$

(1 punct)

$$\text{Înlocuind în (1), se obține } 16(b + c) + 8 = 888 \Rightarrow b + c = 55 \quad (2)$$

$$\text{Se obține } a = 833$$

(2 puncte)

$$(b, c) = 11 \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}^*, (x, y) = 1, \text{ astfel încât } b = 11x, c = 11y$$

(2 puncte)

$$\text{Înlocuind în (2), rezultă } 11x + 11y = 55 \Rightarrow x + y = 5$$

$$\text{Se obține: } x = 1, y = 4 \Rightarrow b = 11, c = 44$$

$$x = 2, y = 3 \Rightarrow b = 22, c = 33$$

$$x = 3, y = 2 \Rightarrow b = 33, c = 22$$

$$x = 4, y = 1 \Rightarrow b = 44, c = 11$$

(2 puncte)

**Subiectul II. (7 puncte)**

Notăm suplimentul complementului cu  $x$

$$x : \frac{7}{15} = x \cdot \frac{15}{7} \in \mathbb{N} \Rightarrow x : 7$$

$$x : \frac{9}{11} = x \cdot \frac{11}{9} \in \mathbb{N} \Rightarrow x : 9$$

$$x : \frac{6}{23} = x \cdot \frac{23}{6} \in \mathbb{N} \Rightarrow x : 6$$

$$\left. \begin{array}{l} x : \frac{7}{15} = x \cdot \frac{15}{7} \in \mathbb{N} \Rightarrow x : 7 \\ x : \frac{9}{11} = x \cdot \frac{11}{9} \in \mathbb{N} \Rightarrow x : 9 \\ x : \frac{6}{23} = x \cdot \frac{23}{6} \in \mathbb{N} \Rightarrow x : 6 \end{array} \right\} \Rightarrow x \in \mathcal{M}_{[7,9,6]} \Rightarrow x \in \mathcal{M}_{126} = \{0, 126, 252, \dots\}$$

(3 puncte)

$$\text{Notăm măsura unghiului cu } y \Rightarrow 180^\circ - (90^\circ - y) = \{0^\circ, 126^\circ, 252^\circ, \dots\} \Rightarrow$$

(2 puncte)

$$180^\circ - (90^\circ - y) = 0 \Rightarrow (90^\circ - y) = 180^\circ \text{ imposibil}$$

(1 punct)

$$180^\circ - (90^\circ - y) = 126^\circ \Rightarrow 90^\circ - y = 54^\circ \Rightarrow y = 36^\circ$$

(1 punct)

**Subiectul III. (7 puncte)**

$$a) \left. \begin{array}{l} a \cdot b = 15 \cdot 360 = 5400 \\ a = 15 \cdot x, b = 15 \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y = 24 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 8 \\ y = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 120 \\ b = 45 \end{array} \right\}$$

(3 puncte)

$$m\angle(AOB) = 120^\circ, m\angle(BOC) = 45^\circ.$$

b) Construcția figurii

$$m\angle(AOC) = 165^\circ \Rightarrow m\angle(AOX) = m\angle(XOY) = m\angle(YOC) = 55^\circ$$

(1 punct)

$$\left. \begin{array}{l} m\angle(EOX) = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ, m\angle(EOY) = 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ \\ m\angle(EOF) = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ, m\angle(FOX) = 35^\circ - 15^\circ = 20^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle(FOX) \equiv \angle(EOY)$$

(1 punct)

(2 puncte)

**Subiectul IV. (7 puncte)**

$$\text{Notăm } m(\widehat{A_0OA_1}) = x, m(\widehat{A_1OA_2}) = 2 \cdot x, m(\widehat{A_2OA_3}) = 2 \cdot 3x, m(\widehat{A_3OA_4}) = 2 \cdot 3^2x, \dots, m(\widehat{A_{n-1}OA_n}) = 2 \cdot 3^{n-2}x.$$

(2 puncte)

Astfel avem:

$$m(\widehat{A_0OA_1}) + m(\widehat{A_1OA_2}) + \dots + m(\widehat{A_{n-1}OA_n}) = 180^\circ \Leftrightarrow x + 2 \cdot x + 2 \cdot 3x + 2 \cdot 3^2x + \dots + 2 \cdot 3^{n-2}x = 180^\circ;$$

$$[1 + 2(1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-2})] \cdot x = 180^\circ;$$

(1 punct)

$$(1 + 3^{n-1} - 1) \cdot x = 180^\circ; 3^{n-1} \cdot x = 180^\circ.$$

(2 puncte)

$$\text{Cum } x \in \mathbb{N} \Rightarrow 3^{n-1}/180; 3^{n-1}/3^2 \cdot 4 \cdot 5, \text{ de unde } n - 1 = 1 \text{ sau } n - 1 = 2, \text{ adică } n = 2 \text{ sau } n = 3.$$

$$\text{Pentru } n = 2 \Rightarrow x = 60^\circ \text{ și măsurile sunt: } 60^\circ, 120^\circ.$$

(1 punct)

$$\text{Pentru } n = 3 \Rightarrow x = 20^\circ \text{ și măsurile sunt: } 20^\circ, 40^\circ, 120^\circ.$$

(1 punct)