

SUBIECTUL 1

A. Curățarea suprafețelor metalice

Sablarea este fenomenul de curățare a suprafețelor metalice de impurități, inclusiv oxizi, cu ajutorul unui jet de particule aproximativ identice, mici și de aceeași formă și care sunt suflate cu mare viteză spre suprafața unei plăci care este fixă. Particulele interacționează cu impuritățile de orice fel de pe suprafața plăcii pe care le desprind după care acestea cad la baza plăcii. Jetul de particule (de exemplu nisip fin, ori biluțe metalice etc.) este îndreptat normal pe suprafața plăcii. Viteza particulelor este aceeași v_0 , masa fiecărei particule din jet este m , iar acestea sunt uniform distribuite în jetul respectiv. Concentrația volumică a particulelor din jet este n . O fracțiune f din numărul de particule din jet cad la baza plăcii, iar restul sar înapoi, normal în raport cu suprafața plăcii, cu viteza $g \cdot v_0$ ($g < 1$).

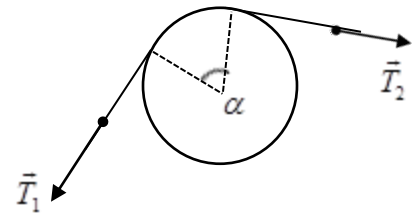
a) Stabilește, în funcție de n, m, v_0, g și f ce presiune exercită particulele asupra suprafeței în acest proces și în condițiile date.

b) Care ar putea fi presiunea maximă, respectiv minimă, exercitată de acest jet de particule asupra suprafeței considerând că toate particulele cad lângă placă, ori toate sar în condițiile date.

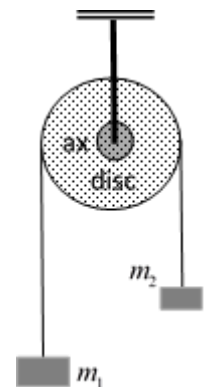
B. Analiza frecării la scripete

Un scripete fix suspendat vertical este un sistem mecanic a cărui funcționare este influențată atât de frecarea care are loc între discul respectiv și axul în jurul căruia se rotește cât și de frecarea dintre firul trecut peste șanțul discului și discul scripetelui.

a) Fie α unghiul la centru format de razele discului duse din centrul de rotație la punctele extreme de contact ale firului cu discul (vezi figura alăturată). Determină, în funcție de coeficientul de frecare la alunecare μ_f dintre fir și disc și de tensiunile mecanice T_1 respectiv T_2 ($T_1 > T_2$) care tensionează firul ideal la cele două capete, valorile permise ale unghiului α astfel încât firul să nu alunece în raport cu discul.



b) Se dorește analiza frecării dintre axul în jurul căruia se rotește discul scripetelui și disc. Dispozitivul experimental este format dintr-un scripete fix al cărui disc are raza R și care se rotește în jurul unui ax cu raza r ca în figura alăturată. Se consideră greutatea discului neglijabilă, iar datorită faptului că se dorește ca alunecarea discului în jurul axului să se facă cât mai ușor, practic, în timpul rotirii discului există un singur punct, în planul figurii, de contact între acesta și axul respectiv. Firul care trece peste disc este ideal. De fiecare capăt al firului se suspendă masele marcate m_1 și m_2 astfel încât $m_1 > m_2$. Diferența dintre m_1 și m_2 este cea mai mare posibilă astfel încât sistemul să fie în echilibru mecanic, iar imprimarea unei mișcări de rotație a discului în sensul coborârii lui m_1 determină rotirea discului cu viteză constantă.



- 1) Determină, în funcție de m_1, m_2, R și r poziția punctului de aplicație al forței de frecare care acționează asupra discului prin evaluarea funcției trigonometrice $\sin \beta$ unde β reprezintă unghiul format de direcția forței de frecare cu direcția orizontală.
- 2) Determină coeficientul de frecare la alunecare dintre disc și ax.

SUBIECTUL 2

A. Racheta cu hidrogen

Camera de reacție a unui motor de rachetă, la care combustibilul este hidrogenul, este concepută să funcționeze astfel încât să aibă loc o ardere completă a acestuia în prezența oxigenului. Ca urmare a acestui fapt rezultă, în urma arderii, vapori de apă, vapori de apă oxigenată și ozon. Reacția chimică care descrie acest proces este: $2H_2 + 3O_2 \rightarrow H_2O + H_2O_2 + O_3$. În camera de reacție pătrunde hidrogen cu debitul masic constant Q_H

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

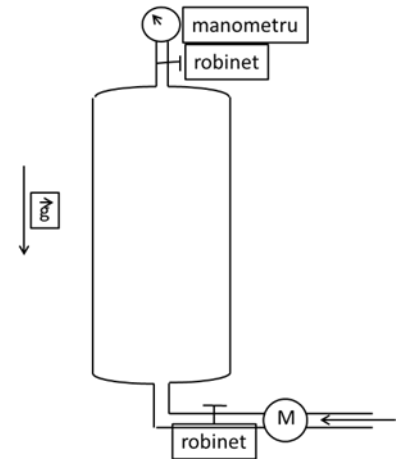
și oxigen cu debitul masic constant Q_o . Se cunoaște, de asemenea, că secțiunea transversală a camerei de reacție este S , aceeași cu a ajutorului de evacuare a gazelor rezultate în urma arderii. În timpul arderii presiunea gazului ideal din camera de reacție este P , iar temperatura acestuia își păstrează valoarea T . Determină, în funcție de datele precizate anterior (Q, T, P, S), forța F de reacție pe care o dezvoltă motorul descris anterior. Se consideră cunoscute și masele molare ale oxigenului ($16g/mol$) respectiv hidrogenului ($1g/mol$) ca și constanta R a gazelor ideale.

B. Hidroforul

Un hidrofor este format dintrun rezervor ce poate fi considerat un cilindru metalic, așezat în plan vertical, care are în partea superioară un manometru (vezi figura alăturată), iar prin partea inferioară poate să pătrundă apă (sau un alt lichid) împins cu ajutorul unei pompe. Cilindrul este un bun conductor termic și se află în contact termic cu aerul înconjurător.

În condițiile inițiale manometrul indică presiunea p_0 și în cilindru cantitatea de lichid este neglijabilă. Pe măsură ce pătrunde lichidul în cilindru indicațiile manometrului indică presiuni din ce în ce mai mari.

- Arată că indicațiile manometrului pot da informații despre gradul de umplere al cilindrului (de exemplu fracțiunea f din cilindru ocupată de lichid).
- Determină, în funcție de p_0 , ce presiune p va indica manometrul dacă înălțimea coloanei de lichid este $1/5$ din înălțimea H_0 a cilindrului?
- Reprezintă grafic fracțiunea f de umplere a cilindrului în funcție de presiunea p indicată de manometru.

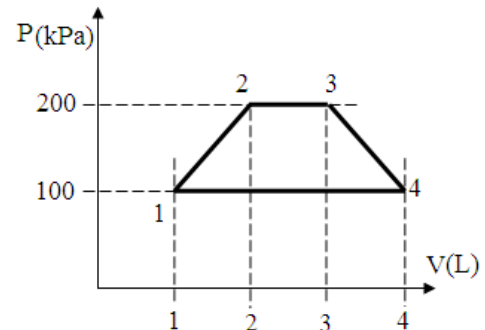


C. Ciclu termodinamic

Un gaz ideal monoatomic cu căldura molară la volum constant

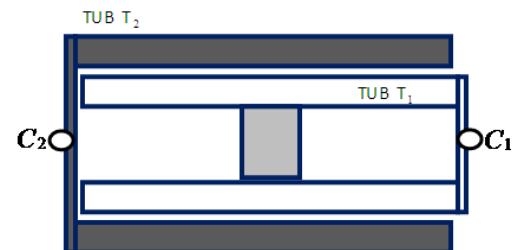
$C_v = \frac{3R}{2}$, parcurge ciclul termodinamic reprezentat în desenul alăturat.

- Calculează lucrul mecanic efectuat pe întreg ciclul termodinamic.
- Se consideră o transformare care corespunde dreptei ce trece prin punctele 3 respectiv 4. Ce coordonate ($V_x; P_x$) are punctul aflat pe dreapta respectivă și în care temperatura gazului este maximă?



SUBIECTUL 3

Un tub T_1 cu lungimea $L=1m$, raza interioară $r_1 = \pi\sqrt{\pi}cm$ și cea exterioară $R_1 = 2r_1$ are plasat la mijloc un piston mobil cu lungimea $h=20cm$ și raza r_1 . Tubul T_1 este introdus etanș în tubul T_2 cu aceeași lungime având raza interioară $r_2 = 2r_1$ și cea exterioară $R_2 = 3r_1$. Tuburile și pistonul mobil sunt din același material cu densitatea $\rho = 2500 \frac{kg}{m^3}$.



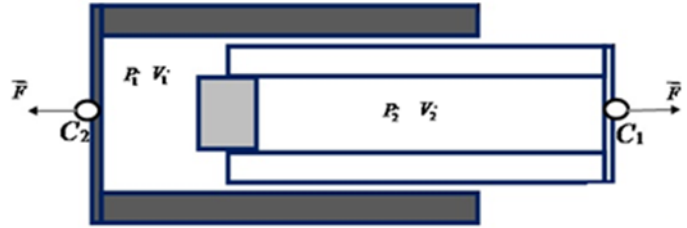
După aducerea pistonului la mijloc, se astupă etanș tubul T_1 cu capacul C_1 respectiv tubul T_2 cu capacul

- Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
- Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

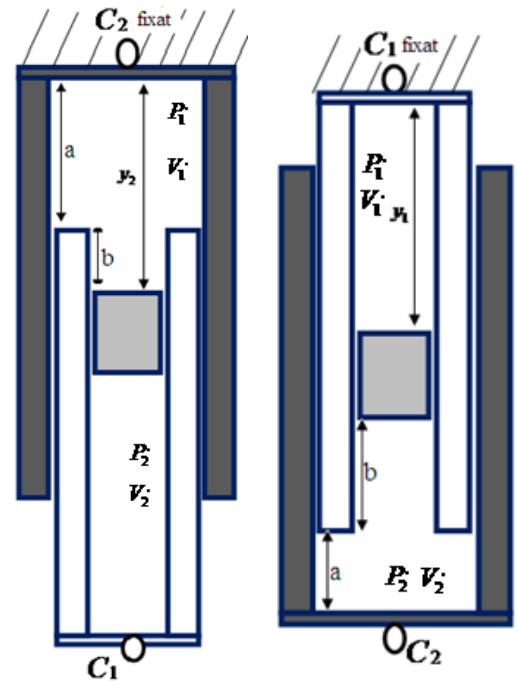
C_2 așa cum se observă în figura alăturată. Se consideră accelerația gravitațională $g = 10 \frac{m}{s^2}$ și $\pi^2 \approx 10$

- a) Calculează densitatea aerului din compartimentele separate de piston, dacă presiunea este $P_0 = 10^5 Pa$, temperatura $T = 300K$, masa molară $\mu = 29 \frac{g}{mol}$ și $R = 8,31 \frac{J}{mol \cdot K}$;

- b) Tuburile se află pe o suprafață orizontală și se acționează cu forțe orizontale egale ca valoare și de sensuri opuse pe axa longitudinală. Ce valoare au forțele pentru ca pistonul mobil să iasă pe jumătate din tubul T_1 considerând deplasările fără frecare și foarte lente, masa și temperatura aerului din interior fiind tot timpul constante.



- c) Se suspendă tuburile pe verticală, pe rând, de capacul C_2 fiind fixat tubul T_2 și apoi de capacul C_1 fiind fixat tubul T_1 . Calculează distanțele y_2 de la capacul fixat C_2 , respectiv y_1 de la capacul fixat C_1 până la pistonul mobil în cele două situații. Se consideră capacele de dimensiuni și mase neglijabile și foarte bine lipite fiecare de tub, iar în aceste cazuri deplasările sunt fără frecare și foarte lente, masa și temperatura aerului din interior fiind tot timpul constante.

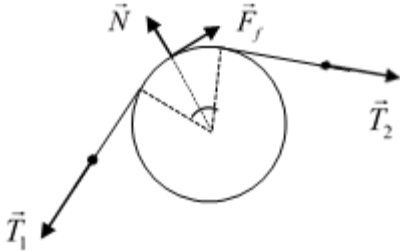
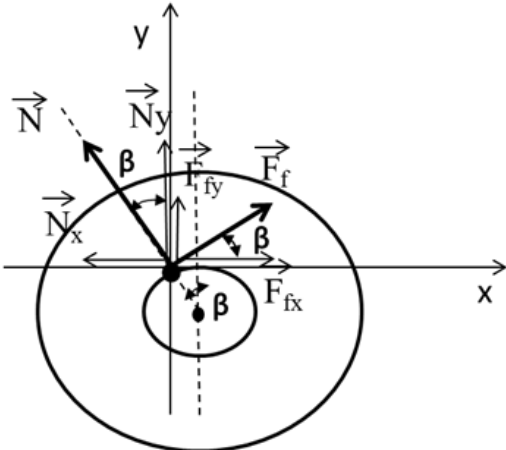
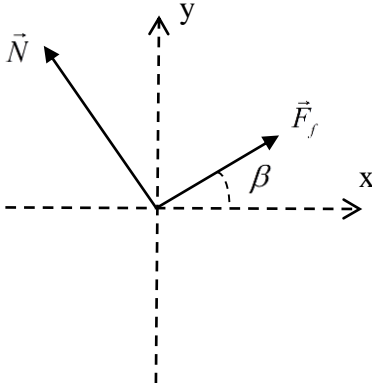


Subiect propus (în ordine alfabetică) de:
prof. Florin Moraru – Colegiul Național „Nicolae Bălcescu”, Brăila
prof. Ioan Pop – Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu Mare
prof. Victor Stoica – Inspectoratul Școlar al Municipiului București

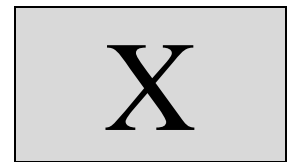
1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiectul 1	Parțial	Punctaj
<p>1. Barem subiectul 1</p>		10
<p>A. a) Una dintre particulele, „1” care constituie jetul și care cade la baza plăcii după interacția cu ea, își modifică impulsul cu $\Delta p_1 = mv_0$, iar particula „2” care sare înapoi își modifică impulsul cu $\Delta p_2 = mv_0(1 + g)$</p> <p>Întrun interval de timp Δt considerat placa va fi lovită de toate particulele jetului ce se afla la începutul intervalului de timp considerat întrun volum $\Delta V = S\Delta x$, unde S este suprafața normală a plăcii, iar Δx este distanța pe care urmează să o parcurgă, în acest interval de timp, jetul de particule cu viteza v_0.</p> <p>Prin urmare variația de impuls a tuturor particulelor ce vor lovi placa în intervalul de timp Δt și vor rămâne la baza plăcii va fi:</p> <p>$\Delta P_1 = fn\Delta V \Delta p_1 = fnSv_0mv_0\Delta t$, iar particulele care sar înapoi vor avea variația de impuls</p> <p>$\Delta P_2 = (1 - f)n\Delta V \Delta p_2 = (1 - f)nSv_0mv_0(1 + g)\Delta t$</p> <p>Variația de impuls a tuturor particulelor din jet care lovesc placa în intervalul de timp Δt este :</p> <p>$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 = nmv_0^2 S \Delta t [f + (1 - f)(1 + g)] = nmv_0^2 S \Delta t (1 + g - fg)$.</p> <p>Forța ce se exercită normal pe placă este : $F = \Delta P / \Delta t$, iar presiunea este $p = F / S$.</p> <p>Rezultatul final : $p = nmv_0^2 (1 + g - fg)$.</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>	
<p>A. b) Presiunea este cea mai mare când tot jetul se întoarce sărind, adică $f = 0$,</p> <p>$p_{\max} = nmv_0^2 (1 + g)$</p> <p>Presiunea este mai mică când jetul rămâne la baza plăcii, adică $f = 1$,</p> <p>$p_{\min} = nmv_0^2$</p> <p>Observație: considerentele anterioare fac posibilă determinarea relației de stare în cazul gazului ideal unde moleculele se întorc ca urmare a ciocnirii perfect elastice, deci $g = 1$, moleculele gazului ideal se mișcă după cele trei direcții ale spațiului cu aceeași viteză și la fel în ambele sensuri ale unei direcții. Deci pe o singură direcție și în același sens se mișcă doar 1/6 din molecule; înlocuind în p_{\max} $g = 1$ și în loc de n doar 1/6 n rezultă presiunea: $p_{\text{gaz ideal}} = 1/3 nmv_0^2$ unde m masa moleculei ideale, n concentrația volumică de molecule ideale, v_0^2 viteza pătratică medie a moleculelor gazului.</p>	1p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<p>B. a)</p> $(T_1 - T_2) \cos \frac{\alpha}{2} \leq F_{f_{\max}}$ $N = (T_1 + T_2) \sin \frac{\alpha}{2} ; F_{f_{\max}} = \mu_f \cdot N$ $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \geq \frac{T_1 - T_2}{\mu_f (T_1 + T_2)}$		<p>1p</p>
<p>B. b)</p> <p>1) Din condiția de echilibru la rotație față de centrul axului rezultă:</p> $G_1 R - G_2 R - F_f r = 0 \Rightarrow F_f = \frac{R}{r} (G_1 - G_2)$ <p>Din condițiile de echilibru la translație rezultă:</p> $F_{fx} = N_x$ $F_{fy} + N_y = G_1 + G_2$ $F_{fx} = F_f \cos \beta ; F_{fy} = F_f \sin \beta ;$ $N_x = N \sin \beta ; N_y = N \cos \beta$ $N = F_f \frac{\cos \beta}{\sin \beta}$   $F_f \sin \beta + F_f \frac{\cos^2 \beta}{\sin \beta} = G_1 + G_2 \Rightarrow \frac{F_f}{\sin \beta} (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) = G_1 + G_2 \Rightarrow \sin \beta = \frac{F_f}{G_1 + G_2}$ $\sin \beta = \frac{R}{r} \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$	<p>2p</p>	<p>1p</p>

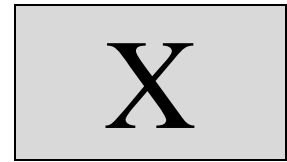
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>2)</p> $N = F_f \frac{\sqrt{1 - \frac{F_f^2}{(G_1 + G_2)^2}}}{\frac{F_f}{G_1 + G_2}} = \sqrt{(G_1 + G_2)^2 - F_f^2}$ $\mu = \frac{F_f}{N} = \frac{\frac{R}{r}(m_1 - m_2)}{\sqrt{(m_1 + m_2)^2 - \frac{R^2}{r^2}(m_1 - m_2)^2}}$	<p>1p</p>	
<p>Oficiu</p>		<p>1</p>

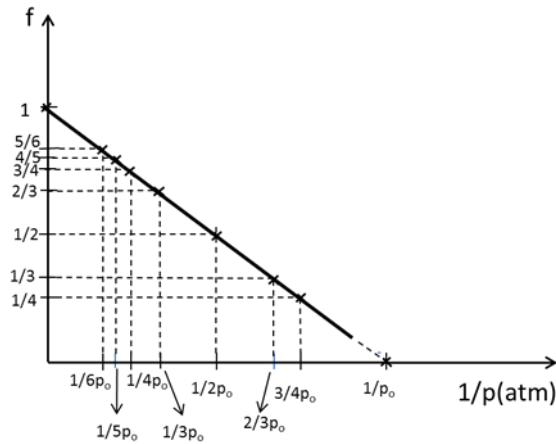
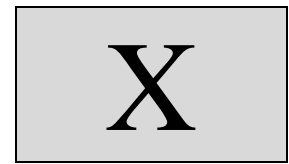
Subiectul 2.	Parțial	Punctaj
<p>2. Barem subiect 2</p>		<p>10</p>
<p>A. $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m_{ardere} v_e}{\Delta t} = Q_{ardere} v_e$; unde v_e este viteza de evacuare a gazelor rezultate, iar Q_{ardere} este debitul masic al gazelor rezultate.</p> <p>Fię $Q = Q_H + Q_O \Rightarrow \Delta m_O + \Delta m_H = Q \cdot \Delta t$ $\Delta m_O + \Delta m_H = \Delta m_{H_2O} + \Delta m_{H_2O_2} + \Delta m_{O_3}$;</p> <p>$\Delta m = v \cdot \mu \Rightarrow \Delta m_O = 3 \cdot \mu_{O_2} = 96 \frac{g}{mol}$; $\Delta m_H = 2 \cdot \mu_{H_2} = 4 \frac{g}{mol}$</p> <p>$\Delta m_{H_2O} = (\Delta m_O + \Delta m_H) \frac{\mu_{H_2O}}{2\mu_{H_2} + 3\mu_{O_2}} = \frac{9}{50} (\Delta m_O + \Delta m_H)$</p> <p>$\Delta m_{H_2O_2} = (\Delta m_O + \Delta m_H) \frac{\mu_{H_2O_2}}{2\mu_{H_2} + 3\mu_{O_2}} = \frac{17}{50} (\Delta m_O + \Delta m_H)$</p> <p>$\Delta m_{H_3} = (\Delta m_O + \Delta m_H) \frac{\mu_{O_3}}{2\mu_{H_2} + 3\mu_{O_2}} = \frac{12}{25} (\Delta m_O + \Delta m_H)$</p> <p>$Q_{H_2O} = \frac{9}{50} Q$; $Q_{H_2O_2} = \frac{17}{50} Q$; $Q_{O_3} = \frac{12}{25} Q$</p> <p>$PV = \frac{m}{\mu} RT$; $Q_{ardere} = \frac{\Delta m_{ardere}}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t} = S v_e \rho \Rightarrow v_e = \frac{Q_{ardere} RT}{SP \mu}$</p> <p>$\Delta p = Q_{ardere} v_e \Delta t \Rightarrow F = Q_{ardere} v_e$</p> <p>$F = F_{H_2O} + F_{H_2O_2} + F_{O_3} = \frac{Q^2 RT}{2500SP} \left(\frac{81}{\mu_{H_2O}} + \frac{289}{\mu_{H_2O_2}} + \frac{576}{\mu_{O_3}} \right)$</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



B.																																			
<p>a) Cilindrul fiind metalic are o bună conductivitate termică și fiind în contact cu aerul atmosferic are aceeași temperatură ca acesta; la fel lichidul are aceeași temperatură cu a aerului atmosferic. În timpul intrării lichidului în cilindru, aerul este supus unui proces izoterm. În cazul în care a intrat un volum de lichid egal cu fracțiunea f din volumul inițial al cilindrului putem scrie ecuația procesului izoterm între cele două stări pentru aerul din perna de aer $p_0V_0 = pV$ unde $V = (1 - f)V_0$ substituind în ecuație obținem: $f = 1 - \frac{p_0}{p}$ ceea ce reprezintă cerința, adică : $f = F(p)$</p>		1p																																	
<p>b) $\frac{1}{5} = 1 - \frac{p_0}{p}$ de unde rezultă : $p_1 = \frac{5}{4}p_0$, fracțiunea $f = \frac{Sh}{SH_0} = \frac{h}{H_0}$ unde H_0 este înălțimea cilindrului.</p>		0,5p																																	
<p>c)</p> <table border="1"> <tr> <td>f</td> <td>0</td> <td>1/3</td> <td>1/2</td> <td>2/3</td> <td>3/4</td> <td>4/5</td> <td>5/6</td> </tr> <tr> <td>p(atm)</td> <td>p_0</td> <td>$3/2p_0$</td> <td>$2p_0$</td> <td>$3p_0$</td> <td>$4p_0$</td> <td>$5p_0$</td> <td>$6p_0$</td> </tr> </table> <p>Sau O reprezentare a dependenței : $f = G(1/p)$ duce la o dependent liniară, conform graficului.</p> <table border="1"> <tr> <td>f</td> <td>0</td> <td>1/3</td> <td>1/2</td> <td>2/3</td> <td>3/4</td> <td>4/5</td> <td>5/6</td> </tr> <tr> <td>1/p(atm)</td> <td>$1/p_0$</td> <td>$2/3p_0$</td> <td>$1/2p_0$</td> <td>$1/3p_0$</td> <td>$1/4p_0$</td> <td>$1/5p_0$</td> <td>$1/6p_0$</td> </tr> </table>		f	0	1/3	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6	p(atm)	p_0	$3/2p_0$	$2p_0$	$3p_0$	$4p_0$	$5p_0$	$6p_0$	f	0	1/3	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6	1/p(atm)	$1/p_0$	$2/3p_0$	$1/2p_0$	$1/3p_0$	$1/4p_0$	$1/5p_0$	$1/6p_0$	1,5p	
f	0	1/3	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6																												
p(atm)	p_0	$3/2p_0$	$2p_0$	$3p_0$	$4p_0$	$5p_0$	$6p_0$																												
f	0	1/3	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6																												
1/p(atm)	$1/p_0$	$2/3p_0$	$1/2p_0$	$1/3p_0$	$1/4p_0$	$1/5p_0$	$1/6p_0$																												

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



C.

3p

a) Lucrul mecanic este aria trapezului isoscel

$$L = \frac{(P_2 - P_1)[(V_4 - V_1) + (V_3 - V_2)]}{2}$$

$$L = \frac{10^5 \frac{N}{m^2} \cdot 4 \cdot 10^{-3} m^3}{2} = 200 J$$

1p

b) $\Delta U = \nu C_V \Delta T$

$$\Delta U = \nu C_V (T_3 - T_X)$$

$$\Delta U = \nu C_V \left[\frac{P_3 V_3 - P_X V_X}{\nu R} \right]$$

Dreapta care trece prin punctele 3 și 4 are ecuația $P = a \cdot V + b$

$$P_X = a \cdot V_X + b$$

1p

$$\Delta U = \nu C_V \left[\frac{P_3 V_3 - (a V_X + b) V_X}{\nu R} \right]$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (P_3 V_3 - a V_X^2 - b V_X)$$

ΔU este maxim pentru:

$$-2a V_X - b = 0 \Rightarrow V_X = -\frac{b}{2a}$$

1p

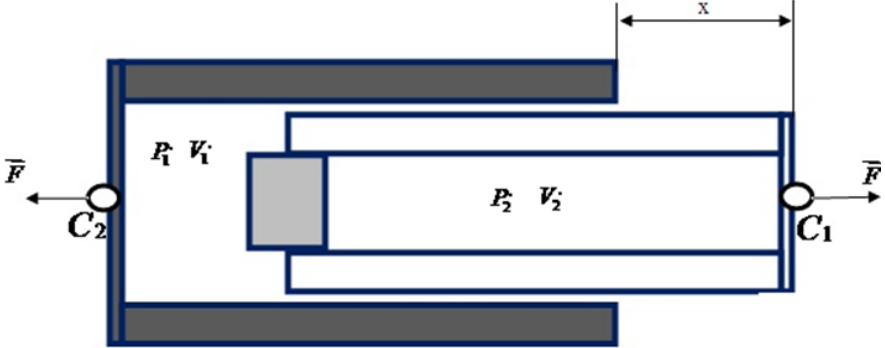
$$P_3 = a \cdot V_3 + b \text{ rezultă } a = -10^8 \frac{N}{m^5} \text{ și } b = 5 \cdot 10^5 Pa$$

$$V_X = 2,5 \cdot 10^{-3} m^3 = 2,5 L \text{ și } P_X = 2,5 \cdot 10^5 Pa$$

Oficiu

1

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiectul 3	Parțial	Punctaj
3. Barem subiect 3		10
a) $P \cdot V = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T$; $\rho_a = \frac{P \cdot \mu}{R \cdot T}$; $\rho_a = 1,16 \frac{kg}{m^3}$	1p	
b) Transformări izoterme $P_1 \cdot V_1 = P_1' \cdot V_1'$ $P_2 \cdot V_2 = P_2' \cdot V_2'$ $P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) = P_2' \left(L - \frac{h}{2} \right)$	1p	
	1p	
Condiția de echilibru pentru tubul T ₁ $P_0 \cdot 4\pi r^2 = F + P_2' \cdot \pi r^2 + P_1' (4\pi r^2 - \pi r^2)$ $P_1' = P_2' = P_0 \cdot \frac{\frac{L-h}{2}}{L - \frac{h}{2}} = \frac{P_0(L-h)}{2L-h}$ $F = 4\pi r^2 \left(P_0 - \frac{P_0(L-h)}{2L-h} \right)$ $F = 4\pi r^2 P_0 \cdot \frac{L}{2L-h}$ $F = \frac{20000N}{9} = 2222,2N$	1p	
c) $P_1 \cdot V_1 = P_1' \cdot V_1'$ $P_2 \cdot V_2 = P_2' \cdot V_2'$ $P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) \cdot \pi r^2 = P_1' (4\pi r^2 \cdot a + \pi r^2 \cdot b)$	1p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$$P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) \cdot \pi r^2 = P_2 (L-h-b) \cdot \pi r^2$$

$$y_2 = a + b$$

Masa pistonului mobil

$$m_p = \rho \cdot \pi r^2 \cdot h$$

$$\text{Masa tubului } T_1 \quad m_1 = \rho(4\pi r^2 - \pi r^2) \cdot L = 3\pi r^2 \rho L$$

La echilibru:

$$\text{Pentru piston: } P_1 \cdot \pi r^2 + m_p \cdot g = P_2 \cdot \pi r^2$$

$$\text{Pentru tub: } P_0 \cdot 4\pi r^2 = m_1 \cdot g + P_2 \cdot \pi r^2 + P_1 (4\pi r^2 - \pi r^2)$$

Din condițiile de echilibru obținem relațiile:

$$P_1 + \rho gh = P_2 \quad \text{și} \quad 4P_0 = 3\rho Lg + P_2 + 3P_1$$

$$4P_0 = 3\rho Lg + P_2 + 3(P_2 - \rho gh)$$

$$P_2 = P_0 - \frac{3}{4} \rho g (L-h)$$

$$P_2 = 85000 Pa$$

$$P_1 = 80000 Pa$$

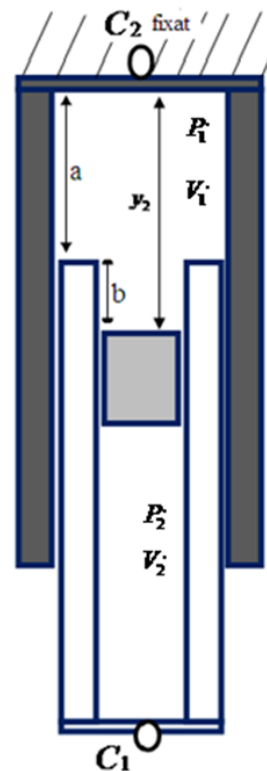
$$L-h-b = \frac{P_0 \cdot (L-h)}{P_2}$$

$$b = (L-h) \cdot \frac{(2P_2 - P_0)}{2P_2} \Rightarrow b = 32,9 cm$$

$$4a + b = \frac{P_0(L-h)}{2P_1} \Rightarrow a \approx 4,3 cm$$

$$y_2 = 32,9 cm + 4,3 cm = 37,2 cm$$

Pentru a doua situație:

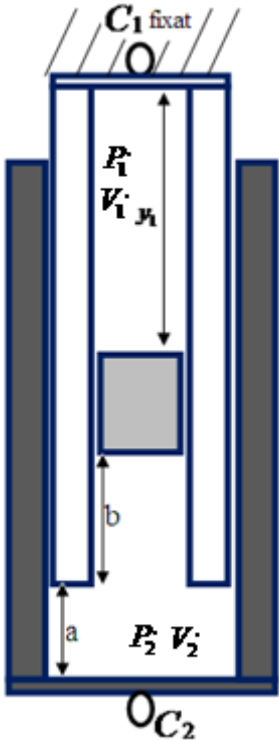


1p

1p

0,5p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<p> $P_1 \cdot V_1 = P_1' \cdot V_1'$ $P_2 \cdot V_2 = P_2' \cdot V_2'$ $P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) \cdot \pi r^2 = P_1' (L-h-b) \cdot \pi r^2$ $P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) \cdot \pi r^2 = P_2' (4\pi r^2 \cdot a + \pi r^2 \cdot b)$ $y_1 = L-h-b$ </p> <p>Masa pistonului mobil $m_p = \rho \cdot \pi r^2 \cdot h$</p> <p>Masa tubului T_2</p> $m_2 = \rho(9\pi r^2 - 4\pi r^2) \cdot L = 5\pi r^2 \rho L$ <p>La echilibru:</p> <p>Pentru piston: $P_1' \cdot \pi r^2 + m_p \cdot g = P_2' \cdot \pi r^2$</p> <p>Pentru tub:</p> $P_0 \cdot 9\pi r^2 = m_2 \cdot g + P_2' \cdot 4\pi r^2 + P_0 (9\pi r^2 - 4\pi r^2)$ <p>Din condițiile de echilibru obținem relațiile:</p> $P_1' + \rho gh = P_2'$ $P_2' = 4P_0 - 5\rho gL$ $P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) = P_1' (L-h-b) = (P_2' - \rho gh) \cdot y_1 = (4P_0 - 5\rho gL - \rho gh) \cdot y_1$ $y_1 = \frac{P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right)}{(4P_0 - 5\rho gL - \rho gh)}$ $y_1 = \frac{16}{27} m = 59,26 \text{ cm}$	<p>0,5p</p>  <p>1p</p>	
<p>Oficiu</p>		<p>1</p>

Barem propus (în ordine alfabetică) de:
 prof. Florin Moraru – Colegiul Național „Nicolae Bălcescu”, Brăila
 prof. Ioan Pop – Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu Mare
 prof. Victor Stoica – Inspectoratul Școlar al Municipiului București

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.