**INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SIBIU**

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

**ETAPA LOCALĂ, 28.02.2015**

**Clasa a VII-a**

**1. (3p) a)** Comparaţi numerele:  şi

 .

 **(4p) b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuaţia:

.

*Delia Şerb*

**2. (7p)** Demonstraţi că într-un trapez isoscel înălţimea este egală cu linia mijlocie dacă şi numai dacă diagonalele sunt perpendiculare.

\*\*\*

**3. (3p) a)** Arătaţi că oricare ar fi numerele reale *a*, *b*, *c* avem

.

 **(4p) b)** Demonstraţi că pentru orice număr real *x* avem

.

G*M11/2014*

**4. (7p)** În triunghiul *ABC*,având , *AD* este înălţime, unde . Bisectoarea unghiului *B* intersectează segmentele (*AD)* şi (*AC)* în punctele *E*, respectiv *F*. Ştiind că , determinaţi raportul ariilor triunghiurilor *FED* şi *ABC*.

*Dan Vulc*

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.

 Timp efectiv de lucru: 3 ore.

**Barem de corectare OLM 2015 Clasa a VII-a**

**1. a) ** …………...……………..........**(1p)**

 ......................................................**(1p)**

**** .............................................................................................................**(1p)**

**b)** Ecuaţia este echivalentă cu:  .............**(1p)**

**** ........................................................................................**(1p)**

 ............................................................................................**(1p)**

Deoarece , obţinem , adică  ..................................**(1p)**

O

O

A

B

D

C

N

M

**2.** *ABCD* trapez isoscel, *AB*||*CD*, *AB*>*CD*, , *M*

şi *N* mijloacele laturilor *AB*, respectiv *DC*,  şi .

*MN* este axa de simetrie a trapezului, deci punctele *M*, *O*  şi *N*

sunt coliniare ........................................................................**(1p)**

 Dacă , atunci  şi , conform teoremei medianei aplicate în triunghiurile dreptunghice *AOB* şi *COD* ....................................................................................**(1p)**

 ...............................................................................................**(1p)**

 Dacă , folosind faptul că , se obţine  ....................................................................................................................................**(2p)**

 ...................................................................................................**(1p)**

Folosind reciproca teoremei medianei, se obţine că triunghiul *DOC* este dreptunghic în *O*, deci

diagonalele trapezului sunt perpendiculare ................................................................................**(1p)**

**3. a)**  ......................................................................................**(1p)**, pentru oricare două numere reale *a* şi *b* ..............................................**(2p)**

**b)** Notând suma cu *S* avem .....................................................................................................................................................**(1p)**Aplicând punctul a) pentru fiecare doi termeni consecutivi se obţine

 ......................................................**(3p)**

**4.**  .........................................**(1p)**

A

C

B

D

E

F

 este echilateral şi  este isoscel ...........**(1p)**

Aplicând succesiv teorema unghiului de 300 în

triunghiurile *ABC* și *BED*, avem:

, , ,  ....................**(1p)**

 (1) .....................................**(1p)**

 (2), conform teoremei medianei în triunghiul dreptunghic *ABF* ............................**(1p)**

, conform teoremei bisectoarei în triunghiul *ABC*, de unde

 (3) ............................................................................................................................**(1p)**

Înmulţind relaţiile (1), (2) şi (3) obţinem  ..............................................**(1p)**