

S.S.M.R - FILIALA MURES

Olimpiada de matematică

Faza locală 9.02.2013

Clasa a VII-a

Subiectul I.

Să se determine toate numerele naturale de forma \overline{xyz} , pătrate perfecte, știind că $\sqrt{0,x(yz) + 0,z(xy) + 0,y(zx)}$ este un număr natural nenul.

Subiectul II.

a) Calculați suma $S = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2012 \cdot 2013}$.

b) Determinați x astfel încât $\left|x - \frac{1}{2}\right| + \left|x + \frac{1}{6}\right| + \left|x - \frac{1}{12}\right| + \left|x + \frac{1}{20}\right| = \frac{4}{5}$

c) Demonstrați că pentru orice număr rațional x , are loc inegalitatea:

$$\left|x - \frac{1}{1 \cdot 2}\right| + \left|x + \frac{1}{2 \cdot 3}\right| + \left|x - \frac{1}{3 \cdot 4}\right| + \dots + \left|x - \frac{1}{2011 \cdot 2012}\right| + \left|x + \frac{1}{2012 \cdot 2013}\right| \geq \frac{2012}{2013}$$

Subiectul III.

Prin punctul E situat pe diagonala AC a paralelogramului $ABCD$ se duce o paralelă la BD care intersectează dreptele AB, BC, CD, DA în punctele M, N, P, Q . Demonstrați că:

a) $MQ + PN = \text{constant}$

b) $AM \cdot CN = AQ \cdot CP$

Subiectul IV.

Demonstrați că nu există numere naturale x, y, z pentru care

$$x + 3y + 5z = 2012 \text{ și } x^2 + y^2 + 3z^2 = 2013.$$

(Gazeta Matematică)

Propunători: prof. Gînta Vasile, Căpușan Cornelia, Ștefan Cornel, Crăciun Hajnal