



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a VIII-a
19.02.2016

Subiectul I. (7 puncte)

a) Dacă a, b, c sunt numere reale, să se arate că:

$$(a + b + c) \cdot (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc ;$$

b) Să se arate că toate numerele naturale de trei cifre, \overline{abc} , ale căror cifre verifică relația: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$, se divid cu 37.

Prof. Vasile Șerdean, Școala Gimnazială nr. 1 Gherla

Subiectul II. (7 puncte)

a) Arătați că:
$$\frac{1^2 + 3 \cdot 1 + 1}{\sqrt{1^3} + \sqrt{1}} + \frac{2^2 + 3 \cdot 2 + 1}{\sqrt{2^3} + \sqrt{2}} + \frac{3^2 + 3 \cdot 3 + 1}{\sqrt{3^3} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1008^2 + 3 \cdot 1008 + 1}{\sqrt{1008^3} + \sqrt{1008}} > 2016$$

Prof. Bodea Florica-Daniela, Liceul Teoretic "Gelu Voievod" Gilău

b) Determinați x, y din \mathbf{R} pentru care : $x^2 + y^2 - 2(x\sqrt{2} + y\sqrt{3}) + 5 = 0$. Dacă $I = [x, y]$, cu x și y determinate anterior și $A = \left\{ \frac{n}{100} / n \in \mathbf{N}^* \right\}$, precizați numărul elementelor mulțimii $A \cap I$.

Prof. Buju Aura, Liceul Teoretic Petru Maior Gherla

Subiectul III. (7 puncte)

Se consideră triunghiul ABC cu măsura unghiului \hat{A} de 60° și $AC = 12\text{cm}$. Pe latura $[AC]$ se iau punctele A_1, A_2, \dots, A_{99} și se obțin segmentele: $[AA_1] \equiv [A_1A_2] \equiv \dots \equiv [A_{98}A_{99}] \equiv [A_{99}C]$. Pe planul triunghiului se duce o perpendiculară EF , unde F este mijlocul laturii $[AB]$ și $EF = 7,5\text{cm}$. Se știe că măsura unghiului dintre planele (ABC) și (AEC) este de 60° . Aflați pe care dintre segmentele laturii $[AC]$ se află punctele M și P , dacă :

- $d(E, AC) = EM$;
- $PF \perp (AEB)$.

Prof. Poenaru Teodor, Liceul Teoretic „Nicolae Bălcescu” Cluj-Napoca

Subiectul IV. (7 puncte)

Fie a, b, c dimensiunile unui paralelipiped dreptunghic cu diagonala de $\sqrt{3}$ cm. Să se demonstreze că $\sqrt{a} \cdot (b+c) + \sqrt{b} \cdot (a+c) + \sqrt{c} \cdot (a+b) \leq 6$;

Prof. Alb Nicolae Liceul Teoretic "Octavian Goga" Huedin

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!