OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 16 Februarie 2014

Clasa a V a

Subiectul I

Determinaţi numerele naturale x şi y ştiind că diferenţa lor este 800, iar câtul împărţirii numărului x la y este 20 şi restul nenul.

Subiectul II

Se consideră şirul 1, 9, 35, 91, 189, ….

a) Arătaţi că numărul 189 poate fi scris ca sumă de două cuburi perfecte.
b) Aflaţi următorii doi termeni ai şirului.
c) Determinaţi ultimele trei cifre ale termenului al 1001-lea.

Subiectul III

Fie numărul $n = 9 + 99 + 999 + ... + \underbrace{99...9}_{2014\ cifre} + 2014$.

a) Arătaţi că numărul n este divizibil cu 10.
b) Aflaţi câtul şi restul împărţirii numărului n la 111.

SGM – OCTOMBRIE 2013

NOTA:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se noteaza cu 0 - 7 puncte
- Nu se acorda puncte din oficiu
- Timp efectiv de lucru 2 ore

Str. 1 Decembrie nr.5
420080, Bistriţa, Jud B-N
Tel: +40 (0)263 213529
Fax: +40 (0)263 216654
www.isjbn.ro

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 16 Februarie 2014

Subiectul I

Barem de corectare şi notare:

$x-y=800$
$x=20y+r,\ 0<r<y$ 1p

$x-y=19y+r$ 1p

$19y<19y+r<20y$ 1p

$19y<800<20y,\ y\in\{41,42\}$ 2p

$y=41\Rightarrow x=841$ 1p

$y=42\Rightarrow x=842$ 1p

Subiectul II

Barem de corectare şi notare:

a)

$4^3+5^3=189$ 2p

b)

$$\left.\begin{array}{l} T_1=0^3+1^3=1 \\ T_2=1^3+2^3=9 \\ T_3=2^3+3^3=35 \\ T_4=3^3+4^3=91 \\ T_5=4^3+5^3=189 \end{array}\right\}$$ 1p

Următorii 2 termeni sunt:

$T_6=5^3+6^3=341$ 1p

$T_7=6^3+7^3=559$ 1p

b) Termenul al 1001-lea este: $T_{1001}=1000^3+1001^3$ 1p

Ultimele trei cifre ale lui 1000^3 sunt 000, iar ultimele trei cifre ale lui 1001^3 sunt 001

Ultimele trei cifre ale lui T_{1001} sunt 001 .... 1p

Subiectul III

a)

$$n = 9 + 99 + 999 + ... + \underbrace{99...9}_{2014 cifre} + 2014$$

$$= 10 - 1 + 100 - 1 + 1000 - 1 + ... + 10^{2014} - 1 + 2014$$ 1p

$$= 10 + 100 + 1000 + ... + 1\underbrace{00...0}_{2014 cifre} - 2014 + 2014$$ 1p

$$= \underbrace{11...1}_{2014\ cifre\ de\ 1} 0$$ 1p

$U(n) = 0 \Rightarrow n \vdots 10$ 1p

b) $n = \underbrace{11...1}_{2014}0 = 111 \cdot \underbrace{1001001..100100}_{\substack{671\ de\ 1 \\ 1342\ de\ 0}} + 10$ 1p

Câtul împărţirii lui *n* la 111 este: $\underbrace{1001001...100100}_{\substack{671\ de\ 1 \\ 1342\ de\ 0}}$ 1p

Restul este: 10 .... 1p

Str. 1 Decembrie nr.5
420080, Bistriţa, Jud B-N
Tel: +40 (0)263 213529
Fax: +40 (0)263 216654
www.isjbn.ro